

Trường Đại Học Kinh Tế TP. HCM
Biên soạn: TS. BÙI HỮU PHƯỚC

TOÁN

TÀI CHÍNH

HỆ THỐNG LÝ THUYẾT - BÀI TẬP - BÀI GIẢI

NHÀ XUẤT BẢN THỐNG KÊ

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KINH TẾ THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
Chủ biên: TS. BÙI HỮU PHƯỚC

TOÁN TÀI CHÍNH

HỆ THỐNG LÝ THUYẾT –
BÀI TẬP – BÀI GIẢI

NHÀ XUẤT BẢN THỐNG KÊ

LỜI TỰA

Tài chính luôn là lĩnh vực khó khăn và phức tạp, do đó, với mục đích cung cấp những kiến thức cơ bản về những công cụ hỗ trợ cho sinh viên ngành kinh tế, cũng như đáp ứng yêu cầu của đông đảo bạn đọc trong lĩnh vực học tập, nghiên cứu, quản lý và điều hành trong lĩnh vực tài chính, tác giả đã biên soạn và cho ra mắt bạn đọc cuốn “TOÁN TÀI CHÍNH”.

Trên cơ sở tiếp thu, kế thừa những kiến thức quản lý tài chính trong và ngoài nước cũng như kinh nghiệm nhiều năm giảng dạy đại học, cuốn sách đã trình bày một cách có hệ thống những vấn đề từ đơn giản đến phức tạp, cung cấp kiến thức căn bản về việc sử dụng các công cụ từ thô sơ (bảng tính, máy tính bỏ túi) đến hiện đại (máy vi tính) để tính toán nhằm phục vụ cho việc quản lý tài chính. Song song với phần lý thuyết, sách toán tài chính đã có nhiều ví dụ minh họa và đưa ra thêm một số bài tập để rèn luyện. Mặt khác, phần sau cuốn sách này còn có bài giải hay hướng dẫn giải các bài tập để bạn đọc tham khảo.

Mặc dù tác giả rất cố gắng song chắc chắn cuốn sách không tránh khỏi những thiếu sót, chúng tôi rất mong nhận được những đóng góp của quý độc giả.

Tác giả

Chương 1

LÃI ĐƠN

I. TỔNG QUÁT

1. Định nghĩa

1.1. *Lãi (Tiền lời-Lợi tức-lợi nhuận):*

Trong lĩnh vực tín dụng, lãi là số tiền mà người sử dụng vốn (người vay) phải trả cho người chủ sở hữu vốn (người cho vay) để được sử dụng vốn trong một thời gian nhất định.

Trong hoạt động sản xuất kinh doanh, lãi là số chênh lệch dương giữa giá trị thu được và vốn đầu tư ban đầu.

Lãi chỉ xuất hiện sau một thời gian đầu tư nhất định. Nói cách khác, lãi là kết quả tài chính cuối cùng của quá trình đầu tư.

Số tiền lãi phụ thuộc vào:

- Số vốn gốc (vốn đầu tư ban đầu).
- Thời gian đầu tư.
- Lãi suất.
- Rủi ro

1.2. *Tỷ suất lợi tức (Lãi suất):*

Thể hiện quan hệ tỷ lệ giữa lãi trong một đơn vị thời gian với vốn gốc trong thời gian đó. Nói khác đi, lãi suất là suất thu lợi của vốn trong một đơn vị thời gian ^(*).

$$\text{Lãi suất} = \frac{\text{Lãi trong 1 đơn vị thời gian}}{\text{Vốn gốc trong thời gian đó}} \times 100\%$$

Ví dụ: Đầu tư 100 triệu đồng sau một năm thu được 112 triệu đồng. Như vậy sau 1 năm nhà đầu tư lãi là 12 triệu đồng và lãi suất là

$$12\% \left(= \frac{12.000.000}{100.000.000} \times 100\% \right)$$

^(*) Trong lĩnh vực kinh doanh tiền tệ thì lãi suất là giá cả của tiền tệ.

1.3. Lãi đơn:

Lãi đơn là lợi tức chỉ tính trên số vốn vay ban đầu trong suốt thời hạn vay. Nói khác đi, số lãi tính theo tỷ lệ phần trăm trên vốn gốc chính là lãi đơn. Trong khái niệm này chỉ có vốn sinh lời còn lãi không sinh lợi.

Lãi đơn thường áp dụng trong các nghiệp vụ tài chính ngắn hạn.

1.4. Giá trị đạt được (giá trị cuối cùng – giá trị tương lai): Tổng số tiền thu được khi kết thúc đợt đầu tư. Giá trị đạt được gồm hai phần: Vốn gốc và lãi thu được.

2. Công thức cơ bản:

2.1 Lãi đơn và giá trị đạt được

Gọi V_n là giá trị cuối tính đến thời điểm n .

V_0 là vốn gốc.

i là lãi suất.

Dễ dàng tính được giá trị đạt được bằng công thức sau:

$$V_n = V_0 (1 + n \cdot i)$$

và lãi đơn như sau: $I = V_0 \cdot i \cdot n$

Ví dụ:

a) Gửi ngân hàng 100.000.000đ theo phương thức gửi có kỳ hạn 6 tháng với lãi suất 1%/tháng. Xác định giá trị đạt được và số lãi vào cuối đợt đầu tư (sau 6 tháng)?

b) Đầu tư 100 triệu, lãi suất 12%/năm (tính theo lãi đơn), sau một thời gian thu được cả vốn lẫn lời 118 triệu vào cuối đợt đầu tư. Hỏi thời gian đầu tư bao lâu?

c) Với lãi suất 12%/năm thì phải bỏ số vốn ban đầu là bao nhiêu để thu được 28,4 triệu trong 3 năm 6 tháng (tính theo lãi đơn)?

GIẢI

$$a) V_n = 100.000.000đ (1 + 1\% \times 6) = 106.000.000đ$$

$$\text{Lợi tức trong 6 tháng: } I = 100.000.000 \times 1\% \times 6 = 6.000.000đ$$

$$b) V_n = V_0 (1 + n \cdot i) = 118.000.000 = 100.000.000 (1 + n \cdot 12\%)$$

$$\Leftrightarrow 118.000.000 - 100.000.000 = 12.000.000 \cdot n$$

$$\Rightarrow n = \frac{18.000.000}{12.000.000} = 1,5 \text{ năm}$$

c) Ta có: 3 năm 6 tháng = 42 tháng

$$V_n = 28.400.000 = V_0 \left(1 + \frac{12\%}{12} \times 42\right) = V_0 (1 + 0,42)$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{28.400.000}{1,42} = 20.000.000đ$$



Chú ý:

Nếu đơn vị thời gian của i và n không đồng nhất thì trước tiên phải biến đổi công thức cơ bản để chúng đồng nhất với nhau rồi mới áp dụng công thức.

Cụ thể:

- Nếu i tính theo năm còn n tính theo tháng thì: $I = \frac{V_0 \cdot i \cdot n}{12}$

- Nếu i tính theo năm còn n tính theo ngày thì: $I = \frac{V_0 \cdot i \cdot n}{360}$

Công thức này thường áp dụng rộng rãi ở nhiều nước trong các nghiệp vụ tài chính ngắn hạn và được gọi là công thức tính lãi thương mại.

Nếu số ngày tính theo lịch thì ta có công thức tính lãi thông thường như sau: $I = \frac{V_0 \cdot i \cdot n}{365}$

Ví dụ:

a) Đầu tư 100.000.000đ (tính theo lãi đơn), sau 6 tháng thu được tổng số tiền là 105.600.000đ. Hỏi lãi suất đầu tư là bao nhiêu?

b) Đầu tư 100.000.000 đồng với lãi suất 12%/năm. Sau một thời gian rút hết ra thu được 106.000.000 đồng. Hỏi thời gian đầu tư mất bao lâu?

GIẢI

a) Ta có:

$$I = \frac{V_0 \cdot i \cdot n}{360} \Rightarrow i = \frac{360I}{V_0 \cdot n} = \frac{360(105.600.000 - 100.000.000)}{100.000.000 \cdot 6 \cdot 30} = 11,2\%$$

b) Từ công thức:

$$\begin{aligned} I &= \frac{V_0 \cdot i \cdot n}{360} \\ \Rightarrow n &= \frac{360I}{V_0 \cdot i} = \frac{360(106.000.000 - 100.000.000)}{100.000.000 \cdot 12\%} \\ &= 180 \text{ ngày hay } 6 \text{ tháng.} \end{aligned}$$

2.2 Lãi suất ngang giá (tương đương):

Hai lãi suất i và i_k tương ứng với 2 chu kỳ khác nhau được gọi là tương đương nhau khi cùng một số vốn, đầu tư trong cùng một thời gian thì cho cùng mức lãi như nhau (giá trị đạt được bằng nhau).

Giả sử có hai lãi suất i (chu kỳ 1 năm) và i_k (chu kỳ $1/k$ của năm) tương đương nhau thì:

$$V_n = V_0(1 + n.i) = V_0(1 + n.i_k.k)$$

$$\Rightarrow i = i_k.k \quad \Rightarrow i_k = \frac{i}{k}$$

Thí dụ: Đầu tư 20 triệu trong vòng 9 tháng với lãi suất 12%/ năm theo phương pháp lãi đơn. Kết thúc đợt đầu tư giá trị đạt được là:

➤ Nếu tính lãi suất tương đương hàng tháng: $i = \frac{i_k}{12} = 1\%$

$$V_n = 20 \text{ triệu} (1 + 9 \times 1\%) = 21,8 \text{ triệu}$$

➤ Hoặc giữ nguyên lãi suất hàng năm và tính bắt đầu từ:

$$V_n = 20 \text{ triệu} (1 + \frac{9}{12} \times 12\%) = 21,8 \text{ triệu}$$

II. TỶ SUẤT LỢI TỨC BÌNH QUÂN

1. Khái niệm

Trong quá trình đầu tư có thể thực hiện đầu tư với những mức lãi suất khác nhau trong những thời gian hoàn toàn khác nhau. Do đó cần phải tính chỉ tiêu tỷ suất lợi tức bình quân để xác định giá trị đạt được một cách nhanh chóng nhất. Tỷ suất lợi tức bình quân trong lãi đơn được tính theo phương pháp bình quân gia quyền.

$$\bar{i} = \frac{\sum_{j=1}^k n_j . i_j}{\sum_{j=1}^k n_j}$$

2. Ví dụ:

Một doanh nghiệp vay với lãi đơn 100 triệu đồng với lãi suất thay đổi như sau:

- 8%/năm trong 6 tháng đầu.
- 10%/năm trong 3 tháng tiếp theo.
- 12%/năm trong 4 tháng cuối cùng.

Tính:

a) Lãi suất trung bình của số vốn vay

b) Tính tổng số tiền doanh nghiệp phải trả khi đáo hạn.

GIẢI

a) Ta có:
$$\bar{i} = \frac{8\% \times 6/12 + 10\% \times 3/12 + 12\% \times 4/12}{6/12 + 3/12 + 4/12} = 9,69\%$$

b) $V_n = V_0(1 + n.i)$

$$= 100 \text{ tr} \left(1 + \frac{13}{12} \times 9,69\%\right) = 110,4975 \text{ tr}$$

III. LÃI SUẤT THỰC

1. Khái niệm

Lãi suất thực là mức chi phí (lãi) thực tế mà người đi vay (cho vay) phải trả (thu được) để sử dụng (giao quyền sử dụng) một khoản vốn vay trong một thời hạn nhất định.

2. Công thức:

$$i_t = \frac{I_t}{V_0 - C_t} * \frac{360}{n}$$

I_t : Chi phí thực tế trong thời gian vay.

C_t : Chi phí thực tế trả ngay khi vay.

Ví dụ 1:

Hãy tính toán giúp Ông A lựa chọn 1 trong 2 phương án gửi tiền vào ngân hàng như sau:

- Mua kỳ phiếu ngân hàng, lãi trả ngay khi gửi với kỳ hạn 1 năm và lãi suất 8%/năm.
- Gửi tiết kiệm có kỳ hạn 1 năm, lãi suất 0,7%/ tháng. Lãi nhận khi đáo hạn.

GIẢI

Do gửi tiết kiệm nhận lãi khi đáo hạn nên lãi suất thực là:

$$i_t = 0,7\% * 12 = 8,4\%/năm$$

Mua kỳ phiếu lãi trả trước 8%/năm:

Ngay khi gửi ông A gửi 100%. Cùng lúc đó ông nhận được 8%. Như vậy thực chất ông A chỉ gửi vào ngân hàng 92%(Vo). Nhưng đến cuối năm lại nhận được 100%. Tức tiền lãi là 8% tính trên giá trị cuối khi đáo hạn, do đó lãi suất thực là:

$$i_t = \frac{8\%}{100\% - 8\%} = 8,7\%$$

Kết luận: Ông A nên chọn phương án mua kỳ phiếu ở ngân hàng.

Ví dụ 2: Doanh nghiệp H vay ngắn hạn 20 triệu đồng với các điều kiện như sau:

- Lãi suất của Ngân hàng: 12%/năm.
- Phí mua và hoàn tất hồ sơ : 150.000đ
- Các phí khác tỷ lệ với vốn vay : 0,16%

Xác định lãi suất thực của đợt vay trong thời gian:

a) Một năm.

b) 120 ngày.

GIẢI

a) Lãi suất thực 1 năm

$$\text{Lợi tức: } 12\% \times 20.000.000\text{đ} = 2.400.000\text{đ}$$

$$\text{Phí hồ sơ} = 150.000\text{đ}$$

$$\text{Chi phí khác: } 0,0016 \times 20 \text{ tr} = 32.000\text{đ}$$

$$\text{Tổng lợi tức và chi phí:} = 2.582.000\text{đ}$$

Lãi suất thực là:

$$\frac{2.582.000}{20.000.000 - 182.000} = 13,03\%/năm$$

b) Nếu đợt vay trong vòng 4 tháng thì:

$$\text{Lợi tức: } 12\% \times \frac{4}{12} \times 20 \text{ tr} = 800.000\text{đ}$$

$$\text{Phí hồ sơ} = 150.000\text{đ}$$

$$\text{Chi phí khác: } 0,0016 \times 20 \text{ triệu} = \underline{32.000\text{đ}}$$

$$\text{Tổng lợi tức và chi phí:} \quad 982.000\text{đ}$$

$$\text{Lãi suất thực: } \frac{982.000}{20.000.000 - 182.000} \times \frac{12}{4} = 14,87\%/\text{năm}$$

⇒ Như thế, thời gian càng ngắn lãi suất thực càng tăng theo gánh nặng của các chi phí cố định (như phí hồ sơ,...).



Nhân xét:

Nếu lợi tức và các chi phí phải trả trước (ngay khi vay), lãi suất thực sẽ là:

$$\frac{982.000}{20.000.000 - 982.000} \times \frac{12}{4} \times 100\% = 15,49\%/\text{năm}$$

Tóm lại, lãi suất thực phụ thuộc vào:

- Số vốn vay (hay vốn đầu tư).
- Lãi suất danh nghĩa.
- Thời hạn vay hay đầu tư.
- Phương thức thanh toán.

BÀI TẬP

Bài 1: Bác Ba Phi có một số tiền nhàn rỗi đem gửi ngân hàng, nhưng để hạn chế rủi ro Bác chia số tiền trên làm ba phần khác nhau gửi ở ba ngân hàng. Ba số tiền trên hợp thành một cấp số nhân. Số tiền lớn nhất thu lãi 13%/năm, số tiền nhỏ nhất thu lãi 11%/năm, số còn lại thu lãi 12%/năm. Sau một năm gửi tổng lãi bác Ba thu được là 87 triệu đồng.

Yêu cầu: Tính số tiền gửi ở mỗi ngân hàng?

Biết rằng: Số tiền lớn nhất gấp bốn lần số tiền nhỏ nhất.

Bài 2: Bác Ba Phi có một số tiền nhàn rỗi đem gửi ngân hàng, nhưng để hạn chế rủi ro Bác chia số tiền trên làm ba phần khác nhau gửi ở ba ngân hàng. Ba số tiền trên hợp thành một cấp số cộng. Số tiền lớn nhất thu lãi 13%/năm, số tiền nhỏ nhất thu lãi 11%/năm, số còn lại thu lãi 12%/năm. Sau một năm gửi tổng lãi bác Ba thu được là 74 triệu đồng.

Yêu cầu: Tính số tiền gửi ở mỗi ngân hàng?

Biết rằng: Số tiền lớn nhất gấp ba lần số tiền nhỏ nhất.

Bài 3: Anh Ba gửi ngân hàng số tiền 50 triệu đồng với các mức lãi suất sau:

12%/năm từ 20/5 đến 31/7

10%/năm từ 31/7 đến 18/9

15%/năm từ 18/9 đến 30/11

Yêu cầu:

1/ Tính tổng lãi thu được trong suốt quá trình gửi?

2/ Tính lãi suất trung bình?

Bài 4: Một người đầu tư 40 triệu đồng trong 20 tháng với lãi suất 12%/năm, lãi trả 1 lần ngay khi đầu tư. Hãy tính lãi suất (hiệu dụng) thực?

Bài 5: Ngày 10/5 Công ty vay của ngân hàng 540.000.000 đồng, đến ngày đáo hạn, công ty trả cả vốn lẫn lãi là 543.600.000 đồng. Cho biết lãi suất là 12%/năm. Xác định ngày đáo hạn?

Bài 6: Tính tổng số tiền lãi các khoản vay ngắn hạn sau:

Vốn vay	Thời hạn
400.000.000	Từ 30/4 – 30/5
300.000.000	30/4 – 25/5
500.000.000	20/4 – 30/5

Với lãi suất:

- a) 11%/năm?
- b) 12%/năm?

Bài 7: Bác Năm có số tiền lớn bèn chia làm hai phần gửi ở hai ngân hàng khác nhau. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X trong 15 tháng, lãi suất 14%/năm. Số tiền thứ hai gửi ở ngân hàng Y trong 12 tháng hưởng lãi suất 12,5%/năm.

Yêu cầu: Hãy tính số tiền Bác Năm gửi ở mỗi ngân hàng?

Biết rằng:

- Hai khoản tiền trên chênh lệch nhau là 30 triệu đồng.
- Lãi của khoản vốn thứ nhất gấp đôi lãi của khoản vốn thứ hai.
- Phương thức tính lãi theo lãi đơn.

Bài 8: Bác Tám có 300 triệu đồng chia làm hai phần gửi ở hai ngân hàng khác nhau. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X hưởng lãi suất i /năm. Số tiền thứ hai gửi ở ngân hàng Y hưởng lãi suất $(i + 1\%)$ /năm.

Yêu cầu: Hãy tính số tiền Bác Tám gửi ở mỗi ngân hàng?

Biết rằng: Mỗi năm Bác Tám nhận được tiền lãi ở ngân hàng X là 10.800.000 đồng và ngân hàng Y là 13.260.000 đồng.

Bài 9:

Bác Tám có số tiền bèn chia làm hai phần gửi ở hai ngân hàng khác nhau. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X hưởng lãi suất $i/\text{năm}$. Số tiền thứ hai gửi ở ngân hàng Y hưởng lãi suất $(i + 0,5\%)/\text{năm}$.

Yêu cầu: Hãy tính số tiền Bác Tám gửi ở mỗi ngân hàng?

Biết rằng:

♦ Mỗi năm Bác Tám nhận được tiền lãi ở ngân hàng X là 15.000.000 đồng và ngân hàng Y là 21.000.000 đồng.

♦ Chênh lệch hai số tiền gửi ở 2 ngân hàng là 50.000.000 đồng

Bài 10:

Anh Tư có số tiền 500.000.000 đồng bèn chia làm hai phần gửi ở hai ngân hàng khác nhau. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X, số tiền thứ hai gửi ở ngân hàng Y. Tổng lãi thu được trong 1 năm là 58.500.000 đồng. Nếu thay lãi suất ở ngân hàng X bằng lãi suất ở ngân hàng Y và ngược lại (nếu thay lãi suất ở ngân hàng Y bằng lãi suất ở ngân hàng X) thì tổng lãi thu được sẽ là 59.000.000 đồng.

Yêu cầu: Hãy tính số tiền anh Tư gửi ở mỗi ngân hàng và lãi suất tiền gửi ở từng ngân hàng?

Biết rằng: Chênh lệch lãi suất ở 2 ngân hàng là 0,5%.

Bài 11:

Ngân hàng cho công ty AB vay 500 triệu đồng tính lãi đơn với các mức lãi suất thay đổi như sau:

- 11%/năm từ 1/4 đến 1/6
- 11,5%/năm từ 1/6 đến 15/7
- 10%/năm từ 15/7 đến 20/9
- 13%/năm từ 20/9 đến 15/12

Yêu cầu:

- a) Tính lãi suất trung bình của khoản vốn cho vay trên?
- b) Xác định tổng số lợi tức ngân hàng thu được từ nghiệp vụ cho vay trên?

Bài 12:

Ngày 1/2/2007 công ty Thiên Thiên vay ngân hàng số tiền 2.500 triệu đồng, lãi suất 12%/năm. Đến ngày đáo hạn công ty phải trả số lãi là 200 triệu đồng. Hãy tính ngày đáo hạn của khoản vay?

Bài 13:

Ngày 12/3/2006 công ty ABC vay một khoản tiền, lãi suất 12%/năm đến ngày 18/7/2006 công ty trả khoản lãi là 65,28 triệu đồng. Hãy tính số vốn công ty đã vay?

Bài 14:

Công ty AAC vay ngân hàng 2.500 triệu đồng, lãi suất 13%/năm, chi phí phải trả ngay khi vay là 0,2% trên vốn gốc, thời hạn vay là 6 tháng.

Hãy tính lãi suất thực mà công ty phải chịu trong trường hợp:

- 1- Lãi trả khi đáo hạn?
- 2- Lãi trả trước 1 lần ngay khi vay?

Bài 15:

Bác Ba có số tiền chia làm 2 gửi ở 2 ngân hàng khác nhau. 3/5 số tiền bác Ba gửi ở ngân hàng X trong thời gian 9 tháng, 2/5 số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y trong thời gian 11 tháng, tổng lãi bác Ba thu được từ 2 ngân hàng bằng 10,78% số tiền bác Ba có. Yêu cầu tính lãi suất ở 2 ngân hàng X và Y? Biết rằng lãi suất tiền gửi ở 2 ngân hàng này bằng nhau.

Chương 2

LÃI KÉP

I. KHÁI NIỆM LÃI KÉP:

Việc tính lãi bằng cách lấy lãi của kỳ trước nhập vào vốn để tính lãi cho kỳ sau đó là phương pháp tính theo lãi kép. Số tiền lãi thu được theo phương pháp này gọi là lãi kép.

Đặc điểm của lãi kép là chẳng những vốn sinh ra lãi mà lãi cũng sinh ra lãi (lãi mẹ đẻ lãi con).

Lãi kép thường áp dụng trong các nghiệp vụ tài chính dài hạn.

II. CÔNG THỨC CƠ BẢN:

Trong khái niệm lãi kép, lãi của các kỳ trước được tính gộp vào vốn ban đầu và bản thân nó lại mang lại lợi tức trong suốt thời gian đầu tư.

Nếu ta xem vốn V_0 đầu tư trong vòng n kỳ với lãi suất mỗi kỳ là i , sau 1 kỳ ta sẽ có:

$$V_1 = V_0 + i.V_0 = V_0(1+i) \quad (1)$$

Vốn và lãi đều được dồn vào kỳ thứ hai, như vậy đến cuối kỳ thứ hai ta sẽ có:

$$V_2 = V_1 + i.V_1 = V_1(1+i) = V_0(1+i)^2$$

Một cách tổng quát: trong vòng n kỳ, giá trị đạt được từ quá trình đầu tư sẽ là:

$$V_n = V_0(1+i)^n$$

Hệ quả:

a. Tính vốn đầu tư ban đầu:

Từ công thức: $V_n = V_0(1+i)^n$

$$\Rightarrow V_0 = V_n(1+i)^{-n}$$

Ví dụ: Đầu tư một khoản tiền với lãi suất 10%/năm. Sau 4 năm thu được cả vốn lẫn lời là 146.410.000 đồng (tính theo lãi kép). Hỏi vốn đầu tư ban đầu là bao nhiêu?

GIẢI

Áp dụng công thức:

$$V_0 = V_n(1+i)^{-n} = 146,41 \text{ trđ} (1+10\%)^{-4} = 100 \text{ trđ}$$

b. Tính thời gian đầu tư:

Từ công thức cơ bản: $V_n = V_0(1+i)^n$

$$\Rightarrow n = \frac{\log\left(\frac{V_n}{V_0}\right)}{\log(1+i)}$$

Ví dụ: Đầu tư một khoản tiền 100.000.000 đồng với lãi suất 10%/năm. Sau một thời gian thu được cả vốn lẫn lời là 161.051.000 đồng (tính theo lãi kép). Hỏi thời gian đầu tư là bao lâu?

GIẢI

Áp dụng công thức:

$$n = \frac{\log\left(\frac{V_n}{V_0}\right)}{\log(1+i)} = \frac{\log\left(\frac{161.051.000}{100.000.000}\right)}{\log(1+10\%)} = 5$$

c. Tính lãi suất đầu tư:

Từ công thức cơ bản: $V_n = V_0(1+i)^n$

$$\Rightarrow i = \sqrt[n]{\frac{V_n}{V_0}} - 1$$

Ví dụ: Đầu tư một khoản tiền 100.000.000 đồng với lãi suất 10%/năm. Sau 8 năm thu được cả vốn lẫn lời là 214.358.881 đồng (tính theo lãi kép). Hỏi lãi suất đầu tư (tỷ lệ sinh lời của đầu tư) là bao nhiêu?

GIẢI

$$\text{Áp dụng công thức: } i = \sqrt[n]{\frac{V_n}{V_0}} - 1 = \sqrt[8]{\frac{214.358.881}{100.000.000}} - 1 = 10\%$$

Chú ý:

Trong trường hợp máy tính không thể tính được căn các bậc thì có thể dùng phương pháp nội suy để tính như sau:

Từ công thức cơ bản: $V_n = V_0(1+i)^n$

$$\text{Suy ra: } (1+i)^n = \frac{V_n}{V_0} = S$$

Tra bảng tài chính 1 theo dòng n sẽ tìm được một số lớn hơn S và một số khác nhỏ hơn S nhưng gần S nhất, nhìn lên dòng lãi suất sẽ tìm được hai lãi suất tương ứng với hai cận vừa tìm được.

Đặt:

➤ i_1 là lãi suất thấp nhất để tạo nên một trong hai cận tìm được, i_1 tạo ra S_1 . Tức là: $(1+i_1)^n = S_1$

➤ i_2 là lãi suất thấp nhất để tạo nên một trong hai cận tìm được, i_2 tạo ra S_2 . Tức là: $(1+i_2)^n = S_2$

Ta có: $i_1 < i < i_2$

Công thức cơ bản của nội suy như sau:

$$i = i_1 + (i_2 - i_1) * \frac{S - S_1}{S_2 - S_1}$$

$$\text{Hoặc: } i = i_2 - (i_2 - i_1) * \frac{S_2 - S}{S_2 - S_1}$$

Ví dụ: Đầu tư một khoản tiền 100.000.000 đồng với lãi suất 10%/năm. Sau 5 năm thu được cả vốn lẫn lời là 177.022.300 đồng (tính theo lãi kép). Hỏi lãi suất đầu tư (tỷ lệ sinh lời của đầu tư) là bao nhiêu?

GIẢI:

Từ công thức cơ bản $V_n = V_0 (1+i)^n$

$$\text{Suy ra: } (1+i)^n = \frac{V_n}{V_0} = \frac{177.022.300}{100.000.000} = 1,770223$$

Tra bảng tài chính 1 theo dòng $n=5$ sẽ tìm được một cận trên và một cận dưới của 1,770223, nhìn lên dòng lãi suất sẽ tìm được hai lãi suất tương ứng với hai cận vừa tìm được.

Nếu $i = 12\%$ thì $(1+12\%)^5 = 1,762342$

Nếu $i = 13\%$ thì $(1+13\%)^5 = 1,842435$

Vậy $12\% < i < 13\%$ và được tính như sau:

$$i = 12\% + (13\% - 12\%) * \frac{1,770223 - 1,762342}{1,842435 - 1,762342} = 12,1\%$$

III. LÃI SUẤT NGANG GIÁ (TƯƠNG ĐƯƠNG)

Nếu lãi suất tính theo năm, muốn tính trên một giai đoạn khác trong năm (1 quý, 6 tháng,...) thì phải xác định tỷ suất i_k ngang giá với tỷ suất hàng năm i .

Hai lãi suất i và i_k tương ứng với hai chu kỳ khác nhau được gọi là tương đương nhau khi với cùng một số vốn, đầu tư trong cùng một thời gian sẽ cho cùng mức lãi như nhau (cùng giá trị đạt được).

Giả sử lãi suất i tính theo năm, lãi suất i_k tương ứng với chu kỳ $1/k$ của năm (1 quý, 6 tháng...) là tương đương nhau thì:

$$V_n = V_o(1+i)^n = V_o(1+i_k)^{nk}$$

$$\Leftrightarrow (1+i)^n = (1+i_k)^{nk}$$

$$\rightarrow \begin{cases} i_k = \sqrt[k]{1+i} - 1 \\ i = (1+i_k)^k - 1 \end{cases}$$

Ví dụ: Ông A gửi ngân hàng 100.000.000 đồng theo lãi suất 6%/6tháng. Ông B cũng gửi ngân hàng 100.000.000 đồng theo lãi suất 12,36%/năm. Hãy tính số tiền lãi ông A và ông B nhận được sau 1 năm gửi? Cho nhận xét.

GIẢI

Số tiền lãi ông A và ông B nhận được sau 1 năm gửi:

$$I_A = 100(1+6\%)^2 - 100 = 12,36$$

$$I_B = 100(1+12,36\%) - 100 = 12,36$$

Nhận xét: Hai ông A và B cùng gửi một số tiền bằng nhau theo những lãi suất khác nhau. Trong cùng thời gian là một năm, hai ông nhận được số tiền lãi bằng nhau. Điều này chứng tỏ rằng hai lãi suất 6%/6tháng tương đương với lãi suất 12,36%/năm.

$$\text{Tức là } i = (1+6\%)^2 - 1 = 12,36\%$$

$$\text{Hay } i_2 = \sqrt{1+12\%} - 1 = 6\%$$



Chú ý:

Lãi suất tương đương khác với lãi suất tỷ lệ.

Lãi suất tỷ lệ: Hai lãi suất i và i_k được gọi là tỷ lệ nhau khi tỷ lệ của chúng bằng với tỷ lệ của hai thời gian tương ứng.

Ví dụ:

Lãi suất $i = 12\%/năm$ tỷ lệ với lãi suất $i = 3\%/quý$ vì:

$$\frac{12\%}{3\%} = \frac{năm}{quý} = \frac{4\text{ quý}}{quý} = 4$$



Ghi chú:

Nếu thời gian đầu tư (n) không là số nguyên, ta có thể chia n làm hai giai đoạn như sau:

$$n = k + u/v$$

$$k \in N \quad \text{và} \quad u/v \notin N.$$

Đến đây có hai phương pháp tính lãi và giá trị cuối:

a- *Phương pháp hợp lý:*

Theo phương pháp này ta tính giá trị cuối đến thời điểm k như sau:

$$V_k = V_o(1+i)^k$$

Lãi thu được trong u/v kỳ như sau:

$$I = V_k \cdot \frac{u}{v} \cdot i = V_o(1+i)^k \left(\frac{u}{v} \cdot i \right)$$

Và tổng lãi:
$$I = V_o \left[(1+i)^k \left(\frac{u}{v} \cdot i \right) + (1+i)^k - 1 \right]$$

$$V_n = V_o(1+i)^k \left(1 + \frac{u}{v} \cdot i \right)$$

Ví dụ: Ông Tư gửi ngân hàng số tiền 200.000.000 đồng theo lãi suất 8%/năm, thời gian gửi là 3 năm 9 tháng. Hãy tính số tiền lãi và giá trị thu được theo phương pháp hợp lý?

GIẢI

$$I = V_o \left[(1+i)^k \left(\frac{u}{v} \cdot i \right) + (1+i)^k - 1 \right]$$

$$= 100.000.000 \left[(1+8\%)^3 \left(8\% \frac{9}{12} \right) + (1,08^3 - 1) \right] = 33.529.472$$

$$V_n = V_0 (1 + i)^k \left(1 + \frac{u}{v} \cdot i \right) = 100.000.000 \times 1,08^3 (1 + 8\% \times 9/12) \\ = 133.529.472$$

b- Phương pháp thương mại:

Giá trị cuối: $V_n = V_0 (1 + i)^{(n+u/v)}$

Căn cứ vào ví dụ trên có thể tính được:

$$V_n = V_0 (1 + i)^{(k+u/v)} = 100.000.000 \times 1,08^{(3+9/12)} = 133.456.301 \\ I = 133.456.301 - 100.000.000 = 33.456.301$$

IV. LÃI SUẤT BÌNH QUÂN TRONG LÃI KÉP:

Ví dụ:

Người ta đầu tư 150 triệu đồng tính lãi kép với lãi suất lũy tiến.

- 8%/năm trong vòng 2 năm đầu tiên.
- 9%/năm trong vòng 3 năm tiếp theo.
- 11%/năm trong vòng 4 năm cuối.

a) Vào cuối năm thứ 9, tổng lãi là bao nhiêu?

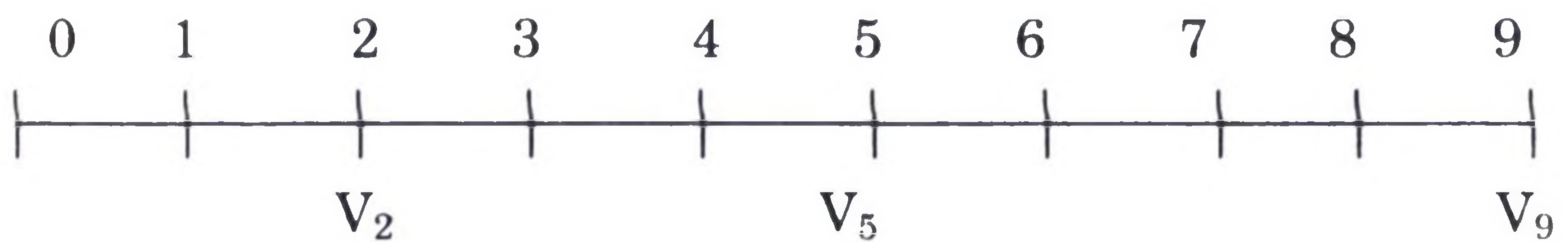
b) Lãi suất trung bình hàng năm là bao nhiêu?

GIẢI

a) Ta sử dụng công thức tính lãi kép:

$$V_n = V_0 (1+i)^n$$

Sơ đồ tiền tệ theo thang thời gian như sau:



Như thế, trong vòng 2 năm, giá trị đạt được là:

$$V_2 = 150 \text{ triệu} (1+0,08)^2 = 174,96 \text{ triệu}$$

Như vậy, đến cuối năm thứ 5, giá trị đạt được là:

$$V_5 = 174,96 \text{ triệu} (1+0,09)^3 = 226,578 \text{ triệu}$$

Cuối năm thứ 9, ta có:

$$V_9 = 226,578 \text{ triệu} (1+0,11)^4 = 343,962 \text{ triệu}$$

Như vậy, với 150 triệu vốn sau 9 năm đầu tư cho:

$$343,962 \text{ triệu} - 150 \text{ triệu} = 193,962 \text{ triệu tiền lãi.}$$

b) Để đạt giá trị là 343,962 triệu trong vòng 9 năm, ta có thể đầu tư 150 triệu với lãi suất hàng năm là i :

$$\text{Ta có: } V_9 = 150tr(1+i)^9 = 150tr(1,08)^2(1,09)^3(1,11)^4$$

$$\rightarrow (1+i)^9 = (1,08)^2 (1,09)^3 (1,11)^4 = 2,29308$$

$$\Rightarrow i = \sqrt[9]{2,29308} - 1 = 9,66\%$$



Nhân xét:

Với $9 = 2 + 3 + 4$ (tổng các thời gian đầu tư)

$$\text{Vậy: } \bar{i} = \sqrt[n]{(1+i_1)^{n_1} (1+i_2)^{n_2} \dots (1+i_k)^{n_k}} - 1$$

Với $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$

V. SO SÁNH LÃI KÉP VỚI LÃI ĐƠN:

Để so sánh đầu tư theo lãi kép với đầu tư theo lãi đơn, ta có thể nghiên cứu ví dụ sau đây:

Đầu tư 200 triệu đồng theo lãi suất thực là 12%/năm. Hãy tính:

1. Lãi đơn và giá trị đạt được trong thời gian:

☆ 6 tháng?

☆ Một năm?

☆ 3 năm?

2. Lãi kép và giá trị đạt được trong thời gian:

☆ 6 tháng?

☆ Một năm?

☆ 3 năm?

3. Vẽ đồ thị của lãi?

GIẢI

1. Theo cách tính lãi đơn:

☆ 6 tháng:

$$V_n = V_0(1+n.i) = 200(1+12\% \times 6/12) = 212$$

$$I = V_n - V_0 = 212 - 200 = 12$$

☆ 1 năm:

$$V_n = V_o(1+n.i) = 200(1+12\%) = 224$$

$$I = V_n - V_o = 224 - 200 = 24$$

☆ 3 năm:

$$V_n = V_o(1+n.i) = 200(1+12\% \times 3) = 272$$

$$I = V_n - V_o = 272 - 200 = 72$$

2. Theo cách tính lãi kép:

☆ 6 tháng:

$$V_n = V_o(1+i)^n = 200(1+12\%)^{1/2} = 211,66$$

Hoặc tính lãi suất tương đương kỳ 6 tháng:

$$i_2 = \sqrt{1+12\%} - 1 = 5,83\%$$

$$V_n = V_o(1+i)^n = 200(1+5,83\%) = 211,66$$

$$I = V_n - V_o = 211,66 - 200 = 11,66$$

☆ 1 năm:

$$V_n = V_o(1+i) = 200(1+12\%) = 224$$

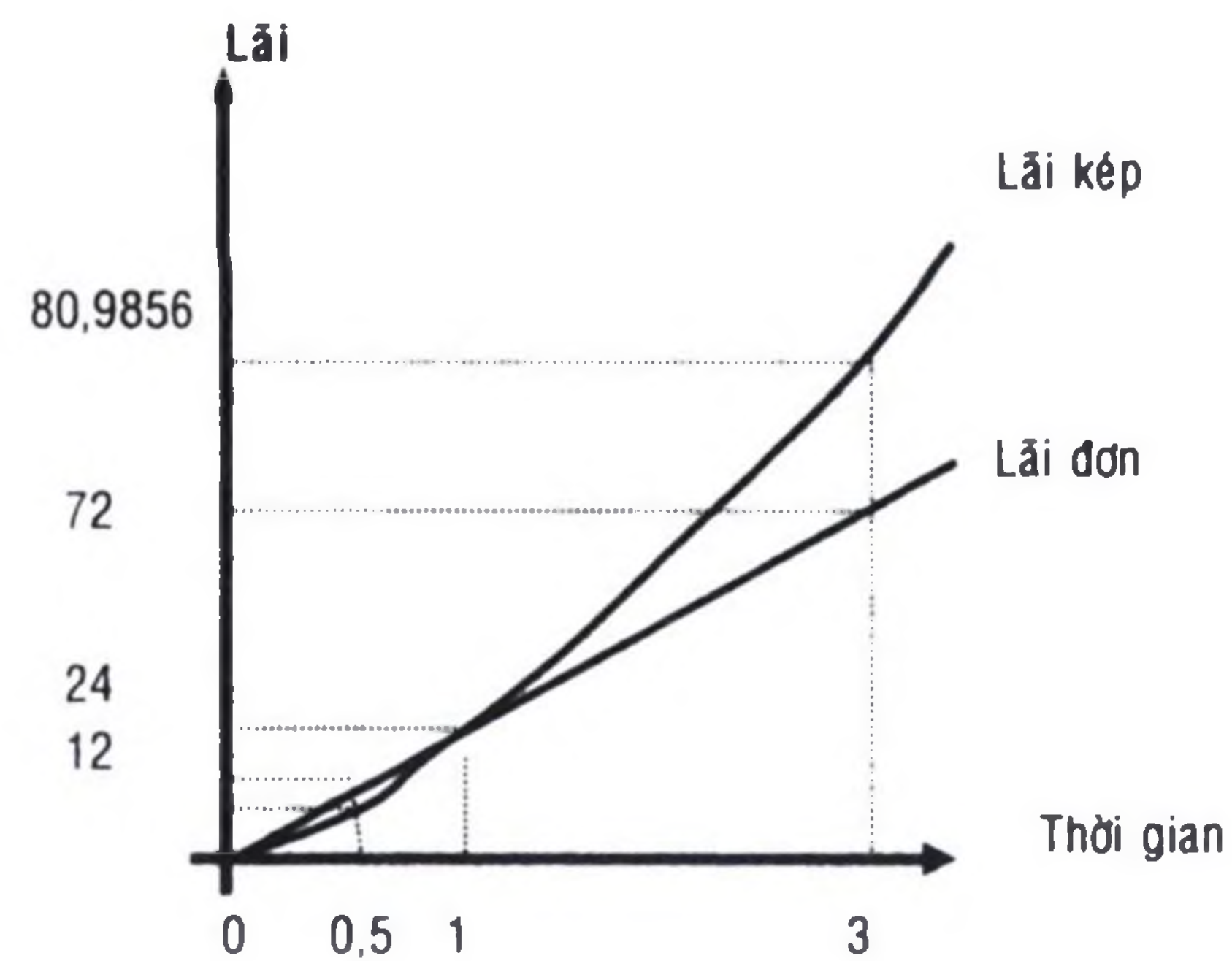
$$I = V_n - V_o = 224 - 200 = 24$$

☆ 3 năm:

$$V_n = V_o(1+i)^n = 200(1+12\%)^3 = 280,9856$$

$$I = V_n - V_o = 280,9856 - 200 = 80,9856$$

Đồ thị của lãi:





Nhận xét:

Qua ví dụ trên có thể rút ra các nhận xét sau:

Với cùng một số vốn đầu tư:

✧ Nếu thời gian đầu tư nhỏ hơn 1 đơn vị thời gian tính lãi thì đầu tư theo lãi đơn cho mức lãi cao hơn đầu tư theo lãi kép.

✧ Nếu thời gian đầu tư lớn hơn 1 đơn vị thời gian tính lãi thì đầu tư theo lãi kép cho mức lãi cao hơn đầu tư theo lãi đơn.

✧ Nếu thời gian đầu tư bằng đúng 1 đơn vị thời gian tính lãi thì đầu tư theo lãi đơn hay đầu tư theo lãi kép đều cho mức lãi như nhau.

BÀI TẬP

Bài 1: Chị Tư gửi ngân hàng số tiền 100.000.000 đồng theo lãi suất 8,16%/năm, lãi nhập vốn 6 tháng một lần. Hãy tính tổng số lãi chị Tư nhận được sau 5 năm gửi?

Bài 2: Ông Ba gửi ngân hàng một số tiền tính theo lãi kép với lãi suất 8%/năm. Sau 4 năm 9 tháng ông rút hết ra thu được 800.000.000 đồng. Hỏi số vốn ông Ba gửi ban đầu là bao nhiêu?

Bài 3: Công ty X vay của ngân hàng 1,2 tỷ đồng, lãi suất kép 10%/năm. Tính tổng số tiền công ty phải trả:

a) Sau 6 năm?

b) Sau 3 năm 6 tháng?

Biết rằng vốn và lãi trả 1 lần khi đáo hạn.

Bài 4: Một doanh nghiệp làm ăn sa sút phải thu hẹp sản xuất nên vốn thừa 400.000.000 đồng. Doanh nghiệp đem gửi ngân hàng theo phương thức gửi có kỳ hạn 3 tháng (sau 3 tháng lãi được nhập vốn).

– Thời gian gửi là 3 quý theo lãi suất 0,8%/tháng.

– Gửi trong 4 quý tiếp theo lãi suất được nâng lên 0,9%/tháng.

– Gửi trong 6 quý kế tiếp lãi suất tiền gửi lại nâng lên 1,01%/tháng.

– Gửi trong 3 quý kế tiếp lãi suất tiền gửi chỉ còn là 0,85%/tháng.

a- Tính tổng lãi thu được khi kết thúc đợt gửi?

b- Tính lãi suất bình quân 1 tháng của khoản tiền gửi trên?

Bài 5: Bác Ba Phi có một số tiền nhàn rỗi đem gửi ngân hàng, nhưng để hạn chế rủi ro Bác chia số tiền trên làm ba phần khác nhau gửi ở ba ngân hàng. Ba số tiền trên hợp thành một cấp số cộng. Số tiền lớn nhất thu lãi 10%/năm, số tiền nhỏ nhất thu lãi 11%/năm, số còn lại thu lãi 12%/năm. Sau ba năm gửi bác Ba rút hết ra, tổng lãi bác Ba thu được là 217.048.700 đồng.

Yêu cầu: Tính tổng số tiền Bác Ba Phi gửi ở các ngân hàng?

Biết rằng: Số tiền lớn nhất gấp ba lần số tiền nhỏ nhất.

Bài 6: Cô Xuân vay của cậu Hạ 30.000.000 đồng, lãi suất 12%/năm. Hãy tính số tiền cậu Hạ thu được và tổng số tiền lãi:

- Sau 2 năm cho vay?
- Sau 3 năm 4 tháng cho vay?

Bài 7: Ông Tám vừa trúng số số khoản tiền lớn nên chia làm 4 phần gửi ở 4 ngân hàng khác nhau. Các số tiền này hợp thành một cấp số nhân, số tiền lớn nhất gấp 2,197 lần số tiền nhỏ nhất. Số tiền lớn nhất gửi ở ngân hàng X hưởng lãi suất 10%/năm, số tiền nhỏ nhất gửi ở ngân hàng Y hưởng lãi suất 8,5%/năm. Hai khoản tiền còn lại đều cùng hưởng lãi suất 9%/năm. Sau ba năm gửi, tổng lãi ông Tám nhận được (nhận một lần) là 188.663.284 đồng. Hãy tính số tiền ông Tám gửi ở mỗi ngân hàng?

Bài 8: Ông N gửi ngân hàng lần lượt các khoản tiền sau:

- Đầu năm 1999 gửi 50 triệu đồng, lãi suất 10%/năm.
- Đầu năm 2001 lãi suất nâng lên 12%/năm, ông N gửi 60 thêm triệu đồng
- Đầu năm 2002 lãi suất 11%/năm Ông N gửi thêm 75,68 triệu đồng

Cuối năm 2004, ông N cần tiền nên rút ra hết. Hỏi ông N nhận được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là bao nhiêu?

Bài 9: Ngân hàng A cho vay 1 khoản vốn 2 tỷ đồng với các mức lãi suất sau:

- 1,1% /tháng cho 12 tháng đầu tiên
- 1,2% /tháng cho 18 tháng tiếp theo
- 1% /tháng cho 24 tháng cuối cùng

Nếu lãi gộp vào vốn 6 tháng 1 lần, lợi tức mà ngân hàng A đạt được khi kết thúc đợt cho vay là bao nhiêu? Lãi suất bình quân mỗi tháng bao nhiêu?

Bài 10: Ngày 21/3/2001, ông Bảy gửi tiết kiệm ở ngân hàng 100 triệu theo phương thức gửi có kỳ hạn 3 tháng (sau 3 tháng mới được rút vốn và lãi), lãi suất của phương thức này là 0,55%/ tháng. Ngày 20/5/2001 lãi suất của tiền gửi tiết kiệm 3 tháng được điều chỉnh lên 0,63%/tháng. Ngày 12/8/2001 lãi suất của tiền gửi tiết kiệm 3 tháng được điều chỉnh lên 0,7%/tháng. Đầu tháng 3/2002 lãi suất của tiền gửi tiết kiệm 3 tháng được điều chỉnh còn 0,4%/tháng nên đến ngày đáo hạn ông Bảy rút hết ra. Tính số tiền ông Bảy rút ra từ ngân hàng.

Chương 3

CHUỖI TIỀN TỆ

I. ĐỊNH NGHĨA- PHÂN LOẠI CHUỖI TIỀN TỆ

1. Chuỗi tiền tệ: Một dãy những khoản tiền thanh toán theo những khoảng cách thời gian bằng nhau.

Chuỗi tiền tệ còn gọi là kỳ khoản (những khoản tiền thanh toán theo chu kỳ), có bao nhiêu kỳ thì phải có bấy nhiêu khoản.

Chuỗi tiền tệ hình thành nhằm mục đích trả nợ hay tạo lập một khoản vốn và cũng có thể là hệ quả tất yếu của việc đầu tư.

Một chuỗi tiền tệ hình thành khi đã xác định được 4 yếu tố sau:

- Số kỳ thanh toán (số lượng kỳ khoản): n
- Số tiền thanh toán mỗi kỳ: a_j với $j = \overline{1, n}$
- Độ dài của 1 kỳ: Khoảng cách thời gian cố định giữa 2 lần thanh toán (1 năm, 1 tháng, 1 quý...)
- Ngày thanh toán đầu tiên.

2. Phân loại chuỗi tiền tệ

a/ Căn cứ vào số tiền thanh toán mỗi lần, có hai loại chuỗi tiền tệ:

- Chuỗi tiền tệ cố định: Số tiền thanh toán mỗi lần luôn bằng nhau.
- Chuỗi tiền tệ biến đổi: Số tiền thanh toán mỗi lần không đồng thời bằng nhau.

b/ Căn cứ vào số kỳ thanh toán, có hai loại chuỗi tiền tệ:

- Chuỗi tiền tệ có thời hạn: Đây là loại chuỗi tiền tệ có số lần thanh toán hữu hạn nên xác định được.
- Chuỗi tiền tệ không thời hạn (vĩnh viễn): Đây là loại chuỗi tiền tệ có số lần thanh toán vô hạn hay không xác định được.

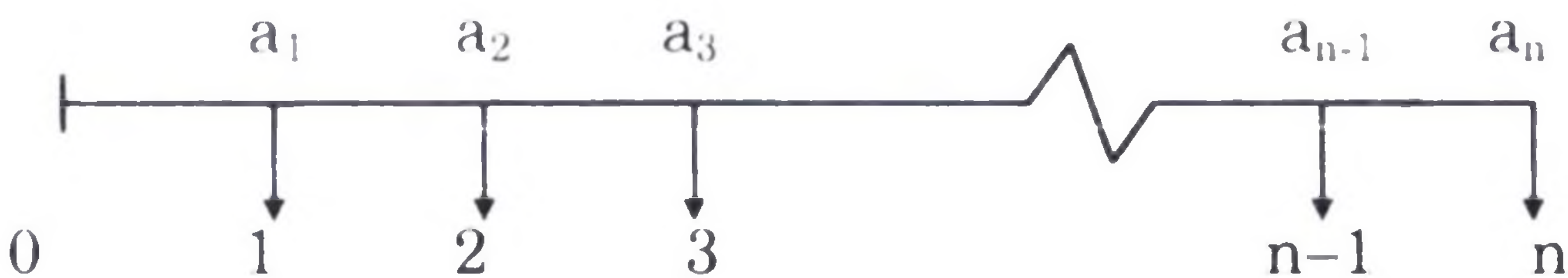
c/ Căn cứ vào ngày thanh toán đầu tiên, có hai loại chuỗi tiền tệ:

- Chuỗi tiền tệ đầu kỳ: Lần thanh toán đầu tiên thực hiện ở thời điểm gốc.
- Chuỗi tiền tệ cuối kỳ: Lần thanh toán đầu tiên thực hiện sau thời điểm gốc ít nhất một kỳ.

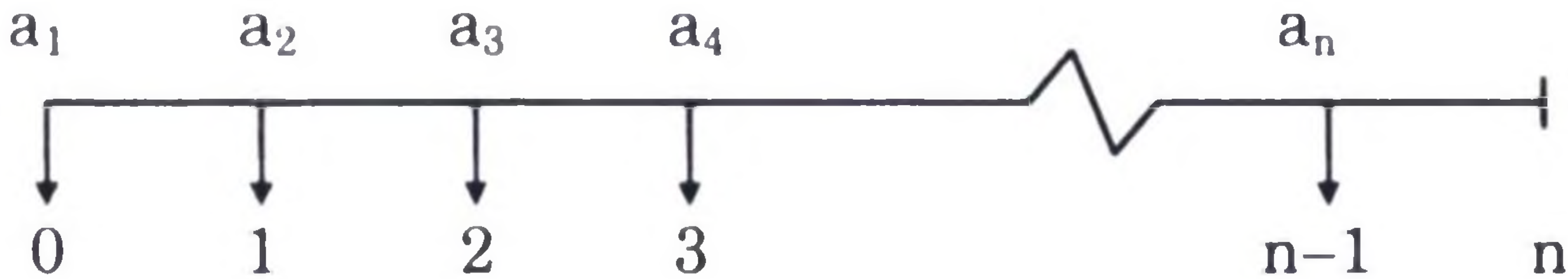
Ngoài ra, cũng có thể kết hợp các cách phân loại trên để tạo ra nhiều loại chuỗi tiền tệ khác nhau như chuỗi tiền tệ biến đổi cuối kỳ, chuỗi tiền tệ cố định vĩnh viễn v.v...

3. Sơ đồ chuỗi tiền tệ:

- **Sơ đồ chuỗi tiền tệ cuối kỳ chuẩn** (lần thanh toán đầu tiên thực hiện sau thời điểm gốc 1 kỳ). Sơ đồ chuỗi tiền tệ theo thang thời gian như sau:



- **Sơ đồ chuỗi tiền tệ đầu kỳ chuẩn** (lần thanh toán cuối cùng thực hiện trước thời điểm cuối đúng 1 kỳ). Sơ đồ chuỗi tiền tệ theo thang thời gian như sau:

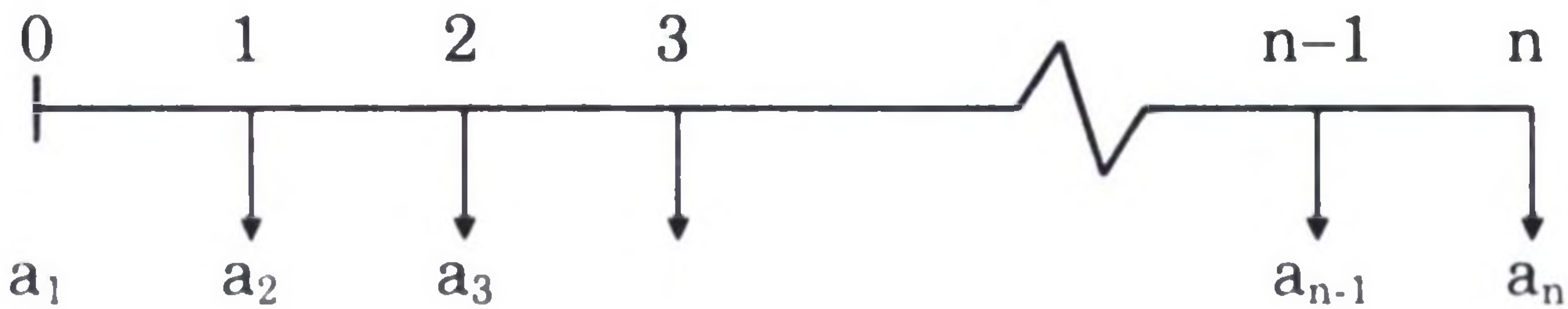


II. GIÁ TRỊ CUỐI CÙNG (GIÁ TRỊ TƯƠNG LAI) CỦA CHUỖI TIỀN TỆ

1. Giá trị cuối của chuỗi tiền tệ cuối kỳ

Giá trị cuối của 1 chuỗi tiền tệ là tổng số giá trị của các kỳ khoản được đánh giá vào ngày thanh toán của kỳ khoản cuối cùng.

Sơ đồ thanh toán theo thang thời gian như sau:



Nếu ta gọi a_j : giá trị của kỳ khoản thứ j ($j = \overline{1, n}$)

i : lãi suất một kỳ

n : số lần thanh toán.

FV: giá trị cuối của chuỗi tiền tệ

$$FV = a_1 (1+i)^{n-1} + a_2 (1+i)^{n-2} + \dots + a_{n-1} (1+i)^1 + a_n (1+i)^0$$

Tổng quát:

$$FV = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{n-j}$$

Trường hợp là chuỗi tiền tệ cố định tức $a_j = a$; ($j = \overline{1, n}$) thì:

$$FV = a * \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Ví dụ 1: Anh Tư gửi vào ngân hàng liên tục 5 trong năm, số tiền gửi mỗi năm lần lượt là 20 triệu, 22 triệu, 22 triệu, 25 triệu, 25 triệu. **Ngay sau lần gửi thứ 5**, do cần tiền đột xuất, anh Tư rút hết ra. Hỏi tổng số tiền anh Tư rút ra là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất tiền gửi là 8%/năm.

GIẢI

Tổng số tiền rút ra là giá trị cuối của số tiền gửi.

$$\begin{aligned} FV &= 20(1+8\%)^4 + 22(1+8\%)^3 + 22(1+8\%)^2 + 25(1+8\%) + 25 \\ &= 132,5842 \text{ triệu} \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Lấy lại ví dụ 1 nhưng số tiền gửi mỗi năm là 22 triệu đồng

$$FV = 22 * \frac{(1+8\%)^5 - 1}{8\%} = 129,06522 \text{ triệu}$$

HÊ QUẢ:

a) Tính kỳ khoản cố định a :
$$a = FV * \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Ví dụ: Anh Hai dự kiến 5 năm sau sẽ mua 1 căn nhà nhỏ giá khoảng 120.000.000 đồng, vì thế mỗi tháng anh gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 0,6%/tháng (lãi nhập vốn hàng tháng). Hỏi mỗi tháng anh Hai phải gửi vào ngân hàng bao nhiêu mới có thể mua được căn nhà như dự định?

GIẢI

Áp dụng công thức:

$$a = FV \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 120 \cdot \frac{0,6\%}{(1+0,6\%)^{60} - 1} = 1,66748 \text{ triệu đồng.}$$

b) Tính lãi suất:

Từ công thức:

$$FV = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{FV}{a}$$

Nếu trong bảng tài chính không cho kết quả trực tiếp giá trị i , ta dùng phương pháp nội suy để tính i . Cách tính như sau:

Tra bảng tài chính 3 theo dòng n để tìm một cận trên và một cận dưới của hàm số $\frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{FV}{a} = S$

Khi tìm được cận trên và cận dưới sẽ tìm được hai lãi suất tương ứng với 2 cận đó.

Đặt: i_1 : lãi suất thấp nhất trong 2 lãi suất vừa tìm được. Tức là:

$$\frac{FV_1}{a} = \frac{(1+i_1)^n - 1}{i_1} = S_1$$

i_2 : lãi suất cao nhất trong 2 lãi suất vừa tìm được. Với:

$$\frac{FV_2}{a} = \frac{(1+i_2)^n - 1}{i_2} = S_2$$

Khi đó lãi suất i được tính như sau:

$$i = i_1 + (i_2 - i_1) \frac{S - S_1}{S_2 - S_1}$$

Ví dụ: Bác Tư gửi ngân hàng mỗi tháng 5.000.000đồng, ngay sau lần gửi thứ 15 bác rút hết ra tổng số tiền thu được là 78.233.400đồng. Hỏi lãi suất tiền gửi là bao nhiêu?

GIẢI

$$\text{Áp dụng công thức: } \frac{(1+i)^n - 1}{i} = \frac{FV}{a} = \frac{78.233,4}{5.000}$$

Tra bảng tài chính 3 theo dòng $n = 15$, ta thấy:

$$\text{Nếu } i = 0,5 \% \text{ thì } \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 15,53655$$

$$\text{Nếu } i = 1 \% \text{ thì } \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 16,0969$$

Vậy:

$$i = i_1 + (i_2 - i_1) \frac{S - S_1}{S_2 - S_1}$$

$$= 0,5\% + (1\% - 0,5\%) \frac{15,64668 - 15,53655}{16,0969 - 15,53655} = 0,6\%$$

c) Tính số lượng kỳ khoản n:

$$n = \frac{\log\left(i \frac{FV}{a} + 1\right)}{\log(1+i)} ; \forall n \in \mathbb{N}$$

Nếu máy tính không có hàm số logaric thì có thể dùng bảng tài chính 3. Nếu vẫn chưa tìm được ngay n thì có thể dùng phương pháp nội suy để tính.

Khi dùng nội suy thì tất nhiên $n \notin \mathbb{N}$. Dễ dàng tìm được 2 số n_1 và n_2 nguyên dương tạo thành cận dưới và cận trên của n. Sau đó phải qui tròn $n = n_1$ hoặc $n = n_2$.

Trường hợp này có nhiều cách giải quyết:

– **Cách 1**: Giữ nguyên hàm mục tiêu điều chỉnh kỳ khoản cuối cùng.

Chọn $n_1 = n$, nghĩa là quy tròn số n xuống số nguyên nhỏ hơn gần nhất. Lúc này kỳ khoản cuối phải cộng thêm một thừa số x mới đủ.

Hoặc lấy $n_2 = n$, nghĩa là quy tròn số n lên số nguyên lớn hơn gần nhất. Lúc này kỳ khoản cuối phải trừ bớt x.

– **Cách 2**: Giữ nguyên hàm mục tiêu điều chỉnh kỳ khoản cố định $a = FV \frac{i}{(1+i)^{n_1} - 1}$

$$\text{Hoặc } a = FV \frac{i}{(1+i)^{n_2} - 1}$$

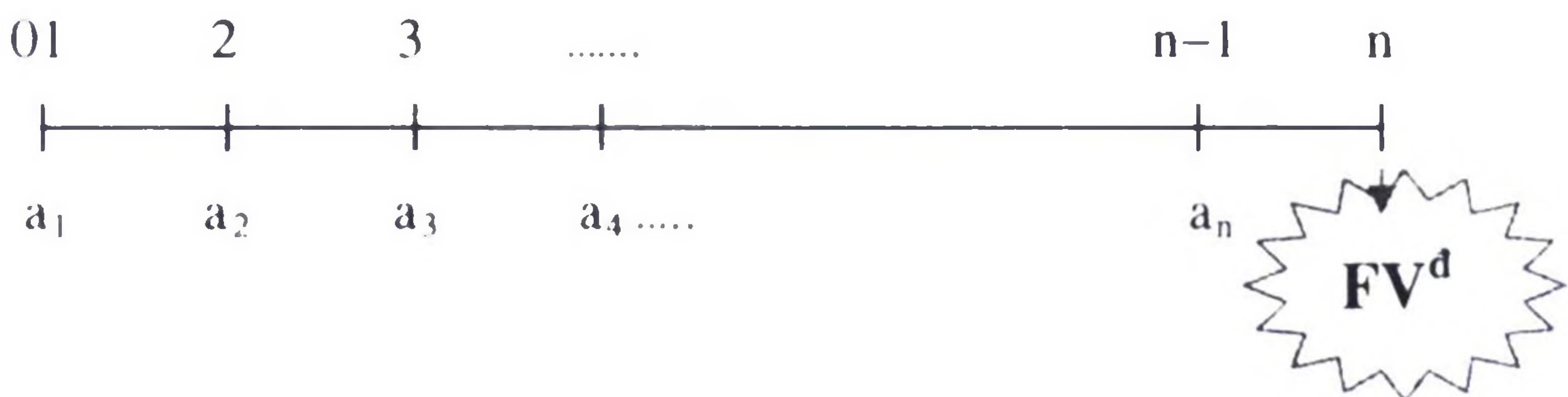
– Cách 3:

Chọn n_1 hoặc n_2 để thay n và nhưng không điều chỉnh a_n , mà điều chỉnh hàm mục tiêu FV cho phù hợp với hàm số:

$$FV_1 = a_* \frac{(1+i)^{n_1} - 1}{i}$$

$$\text{Hoặc } FV_2 = a_* \frac{(1+i)^{n_2} - 1}{i}$$

2. Giá trị cuối của chuỗi tiền tệ đầu kỳ



Gọi FV^d giá trị cuối của chuỗi tiền tệ đầu kỳ. Ta có:

$$FV^d = a_1 (1+i)^n + a_2 (1+i)^{n-1} + \dots + a_{n-1} (1+i)^2 + a_n (1+i)$$

$$FV^d = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{n-j+1} = FV^* (1+i)$$

Như thế, giá trị cuối của chuỗi tiền tệ đầu kỳ bằng giá trị cuối của chuỗi tiền tệ cuối kỳ nhân với $(1+i)$.

Ví dụ: Anh tư Thanh vừa nhận được một công việc có thu nhập khá, mỗi tháng anh có khả năng tích lũy số tiền khoản 1.200.000đồng, số tiền này anh gửi ở ngân hàng với lãi suất 0,6%/tháng (lãi nhập vốn hàng tháng) nhằm mục đích mua 1 căn nhà nhỏ giá khoảng 100.000.000 đồng. Hỏi anh tư phải gửi tiền trong bao lâu mới thực hiện được ước muốn của mình. Biết rằng trước khi gửi anh không có đồng nào ở ngân hàng.

GIẢI

Số lần gửi để anh tư có thể mua được căn nhà:

$$n = \frac{\log\left(i \frac{FV}{a} + 1\right)}{\log(1+i)} = \frac{\log\left(0,6\% \frac{100}{1,2} + 1\right)}{\log(1+0,6\%)} = 67,78$$

Vậy số lần gửi là 67 hay 68 tháng.

• **Nếu qui tròn số lần gửi là 67 tháng thì:**

Trường hợp 1: Cố định hàm mục tiêu, điều chỉnh kỳ khoản cố định:

Số tiền gửi mỗi tháng để sau 67 tháng đạt được 100 triệu là:

$$a = 100\text{tr} * \frac{0,6\%}{(1 + 0,6\%)^{67} - 1} = 1,217\text{tr}$$

Trường hợp 2: Cố định kỳ khoản tiền gửi, điều chỉnh hàm mục tiêu:

$$FV = 1,2\text{tr} * \frac{(1 + 0,6\%)^{67} - 1}{0,6\%} = 98,6034\text{tr}$$

Trường hợp 3: Cố định hàm mục tiêu và $n - 1$ kỳ khoản đầu, điều chỉnh kỳ khoản cuối cùng:

$$FV = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{n-j} = 100 = 1,2\text{tr} \frac{(1 + 0,6\%)^{66} - 1}{0,6\%} (1 + 0,6\%) + a_{67}$$

$$\Rightarrow a_{67} = 100 - 1,2\text{tr} \frac{(1 + 0,6\%)^{66} - 1}{0,6\%} (1 + 0,6\%) = 2,5966$$

Tương tự cho trường hợp qui tròn $n = 68$.

3. Giá trị cuối của chuỗi tiền tệ cố định cuối kỳ sau kỳ khoản cuối cùng m kỳ ($m \in \mathbb{N}$)

Gọi FV_m là giá trị cuối của chuỗi tiền tệ cố định m kỳ sau kỳ khoản thanh toán cuối cùng, ta có:

$$FV_m = FV (1+i)^m$$

Nếu là CTT cố định, ta có:

$$FV_m = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)^m$$

Ví dụ: Anh Nam gửi liên tục vào ngân hàng mỗi tháng 2.000.000 đồng, lãi suất 1%/tháng (lãi nhập vốn hàng tháng). Sau lần gửi thứ 14 anh Nam không còn tiền để gửi tiếp nhưng cũng không rút ra. 5 năm sau ngày gửi lần cuối cùng anh Nam đến ngân hàng rút hết tiền ra. Hãy tính xem anh Nam nhận được bao nhiêu tiền?

GIẢI

Số tiền anh Nam rút ra là:

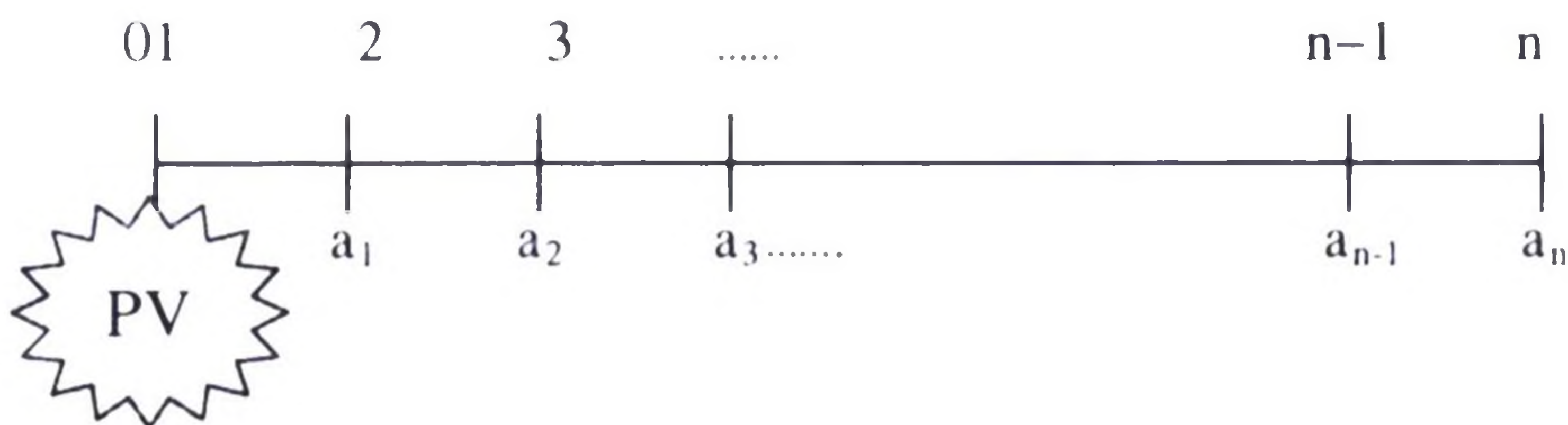
$$\begin{aligned} FV_m &= a \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)^m \\ &= 2.000.000 \frac{(1+1\%)^{14} - 1}{1\%} (1+1\%)^5 = 31.419.780 \end{aligned}$$

III. GIÁ TRỊ HIỆN TẠI (HIỆN GIÁ) CỦA CHUỖI TIỀN TỆ:

1. Hiện giá (Present value) của chuỗi tiền tệ cuối kỳ

Hiện giá của chuỗi tiền tệ là tổng số giá trị hiện tại của các kỳ khoản phát sinh trong tương lai (giá trị chuỗi tiền tệ được tính qui về thời điểm gốc).

Sơ đồ tiền tệ theo thang thời gian như sau:



Gọi PV là hiện giá của chuỗi tiền tệ.

$$PV = a_1 (1+i)^{-1} + a_2 (1+i)^{-2} + \dots + a_{n-1} (1+i)^{-(n-1)} + a_n (1+i)^{-n}$$

Tổng quát: $PV = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{-j}$

Trong trường hợp chuỗi tiền tệ cố định tức $a_j = a$ với $j = \overline{1, n}$

thì: $PV = a * \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$

Ví dụ: Công ty X muốn mua một hệ thống thiết bị toàn bộ của Nhật. Công ty đã nhận được các đơn chào hàng như sau:

1. **ĐCH1:** Chào hàng giá CIF cảng Sài Gòn, tổng số tiền thanh toán là 100.000 USD. Phương thức thanh toán là một năm sau khi giao hàng thanh toán 20%, hai năm sau ngày giao hàng trả 30%, ba năm sau ngày giao hàng trả 50%.

2. ĐCH2: chào hàng giá CIF cảng Sài Gòn 100.000 USD. Thanh toán trong 4 năm mỗi năm thanh toán 25%, lần thanh toán đầu tiên là một năm sau khi giao hàng.

3. ĐCH3: chào hàng giá CIF cảng Sài Gòn 100.000 USD. Thanh toán đều trong 5 lần, mỗi năm thanh toán 20%, lần thanh toán đầu tiên là ngay khi giao hàng.

4. ĐCH4: chào hàng giá CIF cảng Sài Gòn 87.000 USD. Thanh toán ngay khi giao hàng.

Hãy giúp công ty lựa chọn đơn chào hàng nào có lợi nhất? Biết rằng lãi suất ngân hàng là 13% và hệ thống thiết bị của bốn nhà cung cấp hoàn toàn giống nhau.

GIẢI

Mỗi đơn chào hàng 1,2,3 là một chuỗi tiền tệ. Muốn so sánh phải đưa về giá trả ngay (hiện giá).

$$PV1 = 20.000 * 1,13^{-1} + 30.000 * 1,13^{-2} + 50.000 * 1,13^{-3} = 75.846,02$$

$$PV2 = 25.000 * \frac{1 - (1 + 13\%)^{-4}}{13\%} = 74.361,78$$

$$PV3 = 20.000 * \frac{1 - (1 + 13\%)^{-5}}{13\%} * 1,13 = 79.489,4$$

$$PV4 = 87.000$$

Vậy nên chọn mua của đơn chào hàng 2 là có lợi nhất.

HÊ QUẢ:

Một số hệ quả suy ra từ công thức tính hiện giá chuỗi tiền tệ cố định.

a) Tính kỳ khoản cố định a:
$$a = PV \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Ví dụ: Bác Ba vay ngân hàng số tiền 100.000.000 đồng trong thời hạn 5 năm, lãi suất 10%/năm. Bác Ba muốn trả dần mỗi năm một số tiền bằng nhau. Hỏi số tiền bác Ba trả mỗi năm là bao nhiêu? Biết rằng lần trả đầu tiên là một năm sau ngày vay.

GIẢI

Số tiền trả mỗi năm là:

$$a = PV \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 100 * \frac{10\%}{1 - (1 + 10\%)^{-5}} = 26,37975 \text{ triệu đồng}$$

b) **Tính lãi suất:**
$$\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = \frac{PV}{a}$$

Sau đó tra bảng tài chính 4 kết hợp với phương pháp nội suy để tính.

Ví dụ: Anh Tư vay của bà Năm 50 triệu đồng, mỗi tháng phải trả 5 triệu đồng, trả liên tục trong một năm (12 tháng) là hết nợ. Lần trả đầu tiên là 1 tháng sau ngày vay. Hỏi lãi suất tiền vay anh Tư phải chịu là bao nhiêu?

GIẢI

Số tiền vay chính là hiện giá của các số tiền trả nợ.

Áp dụng công thức:
$$\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = \frac{PV}{a} = \frac{50}{5} = 10$$

Tra bảng tài chính 4 theo dòng $n = 12$, ta thấy:

Nếu $i = 3\%$ thì
$$\frac{1 - (1 + i)^{-12}}{i} = 9,954004$$

Nếu $i = 2,5\%$ thì
$$\frac{1 - (1 + i)^{-12}}{i} = 10,257765$$

Vậy:
$$i = 2,5\% + (3\% - 2,5\%) \frac{10 - 10,257765}{9,954004 - 10,257765} = 2,92\%$$

c) **Tính số lượng kỳ khoản n :**

$$n = \frac{\log\left(\frac{a}{a - PV \cdot i}\right)}{\log(1 + i)} ; \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Nếu $n \notin \mathbb{N}$ thì phải qui tròn, sau đó điều chỉnh lại kỳ khoản cố định a hoặc điều chỉnh kỳ khoản thanh toán cuối cùng a_n hay điều chỉnh hàm mục tiêu PV . Cách thực hiện tương tự như phần giá trị cuối.

Chú ý: Nếu cố định hàm mục tiêu và $n - 1$ kỳ khoản thanh toán đầu, có thể tính kỳ khoản cuối cùng bằng cách sau:

$$\text{Từ công thức } PV = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{-j} = a \cdot \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} + a_n (1+i)^{-n}$$

$$\Rightarrow a_n = \left(PV - a \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i} \right) (1+i)^n$$

Ví dụ: Công ty ABC vay ngân hàng số tiền 600 triệu đồng, lãi suất 12%/năm, mỗi năm phải trả 92 triệu đồng, lần trả đầu tiên là một năm sau ngày vay. Hỏi công ty phải trả trong bao nhiêu năm mới hết nợ (nếu số lần trả không chẵn thì qui tròn theo phương pháp số nguyên gần nhất)? Trong trường hợp qui tròn, hãy tính lại kỳ khoản thanh toán cuối cùng (a_n)?

GIẢI

Số tiền vay chính là hiện giá của các số tiền trả nợ.

Áp dụng công thức:

$$n = \frac{\log\left(\frac{a}{a - PV \cdot i}\right)}{\log(1+i)} = \frac{\log\left(\frac{92}{92 - 600 \cdot 12\%}\right)}{\log(1+12\%)} = 13,465$$

Qui tròn theo phương pháp số nguyên gần nhất thì công ty phải trả trong 13 năm và số tiền trả kỳ cuối cùng (kỳ thứ 13) là:

$$a_{13} = \left(600 - 92 \frac{1-(1+12\%)^{-12}}{12\%} \right) (1+12\%)^{13} = 131,417815$$

Trong trường hợp đặc biệt, nếu là chuỗi tiền tệ cố định vĩnh viễn thì:

$$\text{Ta có: } PV = \frac{a}{i} \quad \text{Vì } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{1}{i}$$

Ví dụ: Cổ phiếu của công ty ABC vừa chia cổ tức là 1.200 đồng/cổ phiếu. Chính sách phân phối cổ tức của công ty đã được qui định là chia đều mỗi năm với số tiền bằng nhau. Bác Ba muốn mua một số cổ phiếu của công ty nếu đạt được lãi kỳ vọng là 15%/năm. Hỏi

giá cổ phiếu của công ty là bao nhiêu thì bác Ba có thể mua được? Biết rằng các chi phí khác không đáng kể.

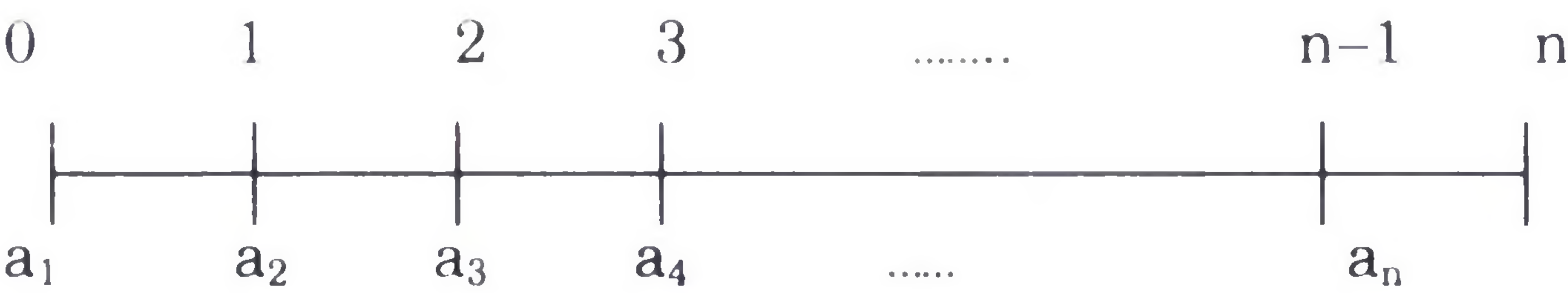
GIẢI

Người có cổ phiếu được quyền chia cổ tức với thời gian vô hạn định, vì thế số tiền cổ tức được chia hợp thành một chuỗi tiền tệ cố định vô hạn. Giá cổ phiếu mà bác Ba dự định mua với lãi suất kỳ vọng 15% chính là hiện giá của chuỗi cổ tức được chia:

$$PV = \frac{1.200}{15\%} = 8.000$$

2. Hiện giá của chuỗi tiền tệ đầu kỳ

Sơ đồ tiền tệ theo thang thời gian như sau:



$$PV^d = \sum_{j=1}^n a_j(1+i)^{-j+1} = PV * (1+i)$$

Ví dụ:

Công ty X đưa ra chính sách bán hàng trả góp như sau:

Ngay khi nhận hàng khách hàng trả 10% tổng số tiền thanh toán, số còn lại trả dần đều trong 9 năm, mỗi năm trả 1 lần. Bác Bảy muốn mua số hàng trên nhưng đề nghị trả 1 lần duy nhất ngay khi nhận hàng. Hỏi số tiền bác Bảy phải trả là bao nhiêu? Biết rằng hai bên đã thoả thuận lãi suất là 10%/năm và tổng số tiền thanh toán là 100.000.000 đồng.

GIẢI

Số tiền trả ngay khi mua chính là hiện giá của các số tiền thanh toán theo phương thức bán trả góp. Số tiền trả theo phương thức bán hàng của công ty tạo thành một chuỗi tiền tệ cố định đầu kỳ. Vậy số tiền trả ngay một lần duy nhất khi nhận hàng là:

$$PV = 100.000.000 \times 10\% \frac{1 - (1 + 10\%)^{-10}}{10\%} (1 + 10\%) = 67.590.240$$

IV. CHUỖI TIỀN TÊ BIẾN ĐỔI ĐẶC BIỆT:

1. Chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số cộng (công sai $r = a_{j+1} - a_j; j = \overline{1, n}$)

a) Giá trị cuối cùng:



$$\text{Ta có: } FV = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{n-j}$$

$$= a_1 (1+i)^{n-1} + a_2 (1+i)^{n-2} + \dots + a_{n-1} (1+i)^1 + a_n (1+i)^0$$

$$= a(1+i)^{n-1} + (a+r) (1+i)^{n-2} + \dots + [a+(n-2)r] (1+i) + a+(n-1)r$$

$$= a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^{n-2} + \dots + a(1+i) + a + r(1+i)^{n-2} + 2r(1+i)^{n-3} + \dots + (n-2)r(1+i) + (n-1)r.$$

$$\text{Đặt: } A = a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^{n-2} + \dots + a(1+i) + a = a \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$B = r(1+i)^{n-2} + 2r(1+i)^{n-3} + \dots + (n-2)r(1+i) + (n-1)r \quad (1)$$

Nhân 2 vế của phương trình (1) cho $(1+i)$ ta có:

$$B(1+i) = r(1+i)^{n-1} + 2r(1+i)^{n-2} + \dots + (n-2)r(1+i)^2 + (n-1)r(1+i) \quad (2)$$

Lấy (2) trừ (1) ta có:

$$Bi = r(1+i)^{n-1} + r(1+i)^{n-2} + \dots + r(1+i)^2 + r(1+i) + r - nr$$

$$= r \frac{(1+i)^n - 1}{i} - nr$$

$$\Rightarrow B = \frac{r}{i} * \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) - \frac{nr}{i}$$

$$\text{Vậy, } FV = A + B = a \frac{(1+i)^n - 1}{i} + \frac{r}{i} * \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) - \frac{nr}{i}$$

$$\text{Hay } FV = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{n-j} = \left(a + \frac{r}{i} \right) \frac{(1+i)^n - 1}{i} - \frac{nr}{i}$$

b) Hiện giá của chuỗi tiền tệ:

$$PV = FV(1+i)^{-n} = \left(a + \frac{r}{i} + nr \right) \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] - \frac{nr}{i}$$

Ví dụ: Một chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ gồm 10 kỳ khoản, kỳ khoản đầu tiên là 20 triệu đồng, các kỳ sau tăng hơn kỳ trước 5 triệu. Hãy tính giá trị cuối và giá trị hiện tại của chuỗi tiền tệ trên? Biết rằng lãi suất là 6%/kỳ.

GIẢI

$$\begin{aligned} FV &= \left(a + \frac{r}{i} \right) \frac{(1+i)^n - 1}{i} - \frac{nr}{i} \\ &= \left(20 + \frac{5}{6\%} \right) \frac{(1+6\%)^{10} - 1}{6\%} - \frac{10 \cdot 5}{6\%} = 528,682144 \end{aligned}$$

$$PV = \left(20 + \frac{5}{6\%} + 10 \cdot 5 \right) \left[\frac{1 - (1+6\%)^{-10}}{6\%} \right] - \frac{10 \cdot 5}{6\%} = 295,213348$$

2. Chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số nhân (công bội

$$q = \frac{a_{j+1}}{a_j} \text{ với } j = \overline{1, n})$$

Sơ đồ chuỗi tiền tệ như sau:



a) Giá trị cuối:

Cho 1 chuỗi tiền tệ biến đổi theo 1 cấp số nhân có công bội q , giá trị đầu tiên a , lãi suất i .

Giá trị cuối của chuỗi tiền tệ trên tính như sau:

$$\text{Ta có: } FV = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{n-j}$$

$$FV = a(1+i)^{n-1} + aq(1+i)^{n-2} + \dots + aq^{n-2}(1+i) + aq^{n-1}$$

$$FV = a \cdot \frac{q^n - (1+i)^n}{q - (1+i)}$$

b) Hiện giá của chuỗi tiền tệ:

$$PV = a(1+i)^{-n} * \frac{q^n - (1+i)^n}{q - (1+i)} = a * \frac{\left(\frac{q}{1+i}\right)^n - 1}{q - (1+i)}$$

Ví dụ:

Một chuỗi tiền tệ phát sinh cuối kỳ ở dạng chuẩn gồm 8 kỳ khoản, kỳ khoản đầu tiên là 300 các kỳ sau tăng hơn kỳ trước 10%, lãi suất 12%/kỳ. Hãy tính giá trị cuối và hiện giá của chuỗi tiền tệ trên?

Giải

Chuỗi tiền tệ trên là một cấp số nhân với công bội $q = 1,1$.
Vậy:

$$FV = a * \frac{q^n - (1+i)^n}{q - (1+i)} = 300 * \frac{1,1^8 - (1+12\%)^8}{1,1 - (1+12\%)} = 4.985,615484$$

$$PV = a(1+i)^{-n} * \frac{q^n - (1+i)^n}{q - (1+i)} = 300 * \frac{1,1^8 - 1,12^8}{1,1 - 1,12} * 1,12^{-8} = 2.013,60648$$

Chú ý: Trong trường hợp đặc biệt $q = (1 + i)$ thì:

$$FV = n. a(1+i)^{n-1}$$

$$PV = n. a(1+i)^{-1}$$

Ví dụ: Cũng ví dụ trên nhưng lãi suất là 10%.

$$FV = 8 * 300 (1+10\%)^7 = 4.676,921$$

$$PV = 8 * 300(1+10\%)^{-1} = 2.181,818$$

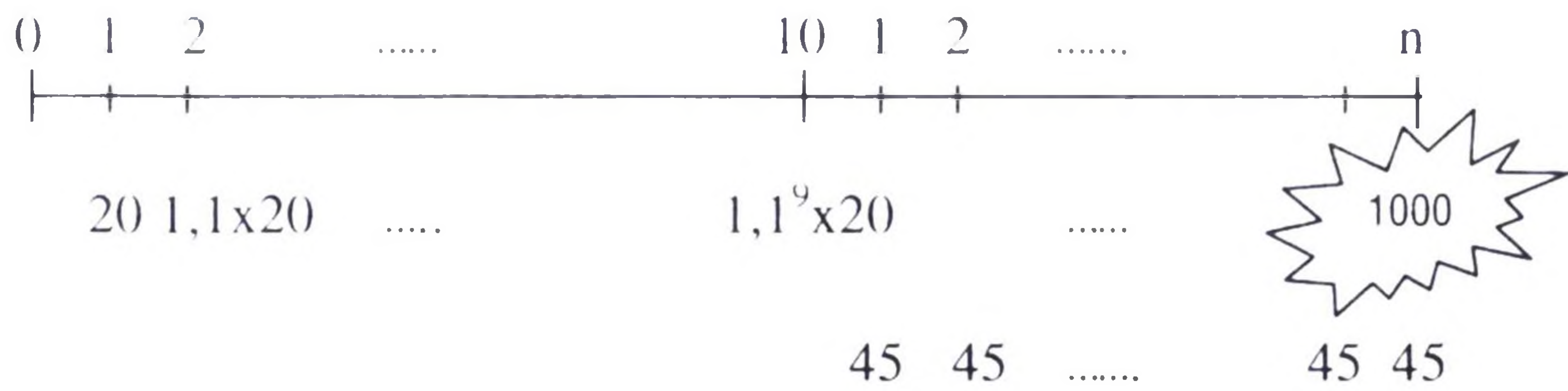
Chị Tư có dự kiến như sau:

Mỗi quý gửi vào ngân hàng số tiền 20.000.000đồng theo lãi suất tiền gửi tiết kiệm có kỳ hạn 3 tháng là 2,1%/quý, lần gửi sau tăng hơn lần kế trước là 10%. Hãy tính số tiền chị Tư có được ngay sau lần gửi thứ 10? Sau đó một quý chị bắt đầu rút mỗi quý 45.000.000 đồng để đầu tư vào một dự án khác. Hỏi sau bao nhiêu lần rút thì trên tài khoản chị tư còn lại đúng 100.000.000đồng (nếu số lần rút không chẵn qui tròn theo nguyên tắc số nguyên cao hơn gần nhất – tính lại số tiền rút lần cuối cùng)?

GIẢI

Số tiền chị Tư gửi vào ngân hàng hợp thành một cấp số nhân công bội 1,1. Vậy số tiền chị Tư có được ngay sau lần gửi thứ 10 là:

$$FV = 20.000.000 \frac{(1 + 10\%)^{10} - (1 + 2,1\%)^{10}}{(1 + 10\%) - (1 + 2,1\%)} = 344.998.545$$



Số tiền rút ra mỗi quý phải toả mãn đẳng thức:

$$V_n = 344,998545(1 + 2,1\%)^n - 45 \frac{(1 + 2,1\%)^n - 1}{2,1\%} = 100$$

$$\Leftrightarrow 45 - 2,1 = 45(1 + 2,1\%)^n - 7,244969(1 + 2,1\%)^n$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log(1,1362724)}{\log(1 + 2,1\%)} = 6,147$$

Theo giả thiết thì n = 7. Nếu chỉ rút 6 lần, mỗi lần 45.000.000 đồng thì đến lần thứ 7 số tiền còn lại sẽ là:

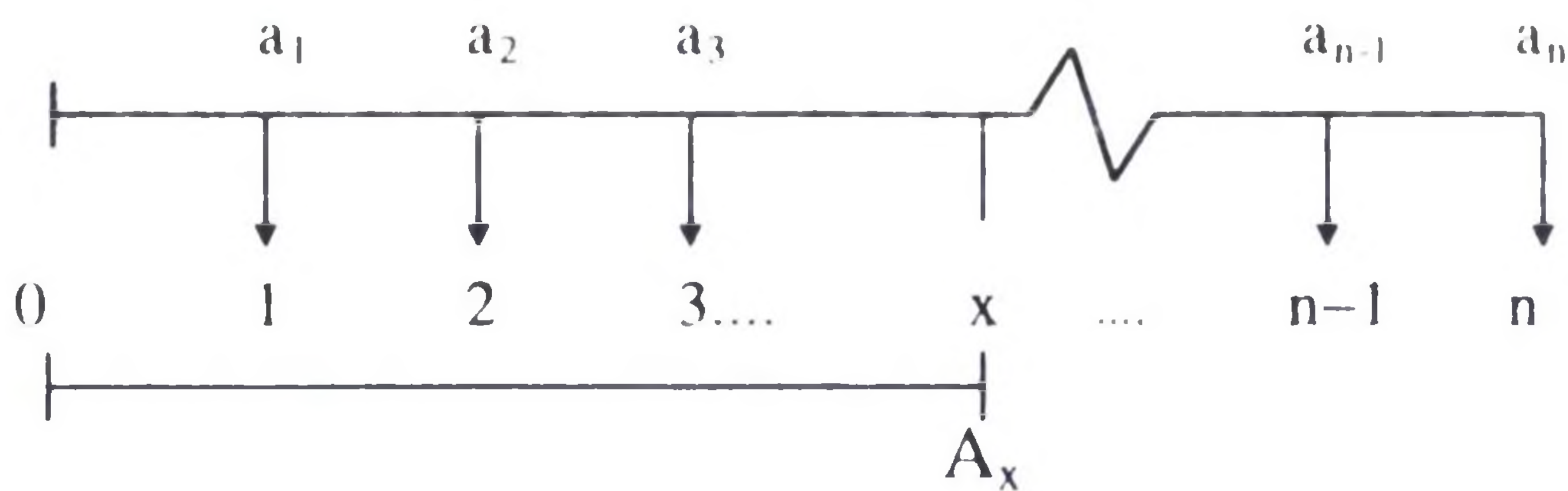
$$\begin{aligned} V_n &= 344.998.54 \cdot 5(1 + 2,1\%)^7 - 45.000.000 \frac{(1 + 2,1\%)^6 - 1}{2,1\%} \times (1 + 2,1\%) \\ &= 108.468.220 \end{aligned}$$

Nếu muốn trên tài khoản còn lại 100.000.000đồng thì lần thứ 7 chỉ được rút: $a_7 = 108.468.220 - 100.000.000 = 8.468.220$ đồng

V. KỲ HẠN TRUNG BÌNH CỦA 1 chuỗi tiền tệ

Kỳ hạn trung bình của chuỗi tiền tệ a_j với $j = \overline{1, n}$ là hạn kỳ mà tại thời điểm đó giá trị của chuỗi tiền tệ này bằng với giá trị của số tiền thanh toán khác.

Giả sử có chuỗi tiền tệ thanh toán a_j với $j = \overline{1, n}$ và số tiền thanh toán Ax thực hiện tại thời điểm x trong tương lai. Nếu giá trị của chuỗi tiền tệ a_j với $j = \overline{1, n}$ tại thời điểm x bằng với Ax thì x chính là kỳ hạn trung bình của chuỗi tiền tệ trên.



Giả sử có chuỗi tiền tệ thanh toán a_j với $j = \overline{1, n}$ và số tiền thanh toán tại thời điểm x có sơ đồ theo thang thời gian như trên. Nếu x là kỳ hạn trung bình của chuỗi tiền tệ thì:

$$PV = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{-j} = Ax (1+i)^{-x}$$

$$\Rightarrow (1+i)^x = \frac{Ax}{\sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{-j}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\log \left(\frac{Ax}{\sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{-j}} \right)}{\log(1+i)}$$

Trường hợp là chuỗi tiền tệ cố định, ta có:

$$x = \frac{\log \left(\frac{Ax}{a} * \frac{1}{1 - (1+i)^{-n}} \right)}{\log(1+i)}$$

Ví dụ:

Công ty ABC đưa ra chính sách bán hàng trả góp như sau: Ngay khi mua hàng khách hàng nhận xong chưa phải thanh toán. 1 năm sau ngày nhận hàng bắt đầu mỗi năm trả 110 triệu, trả liên tục 10 năm là hết nợ.

Nhà máy X muốn mua hàng của công ty ABC nhưng đề nghị chỉ trả một lần duy nhất là vào cuối năm thứ 5 kể từ ngày giao hàng với số tiền là 1.100 triệu.

Hãy tính xem công ty ABC có đồng ý bán không? Nếu muốn bán thì công ty sẽ đề nghị nhà máy X thanh toán số tiền 1.100

triệu vào lúc nào là hợp lý?

Biết rằng lãi suất chiết khấu ngân hàng là 18%.

GIẢI

Hiện giá số hàng của công ty:

$$PV = 110 * \frac{1 - (1 + 18\%)^{-10}}{18\%} = 494,35$$

Giá trị thực nhà máy trả: $PV = 1.100 \times 1.18^{-5} = 480,82$

Như vậy công ty không bán. Nếu muốn bán theo điều kiện trả một lần duy nhất của nhà máy, công ty đề nghị nhà máy trả 1.100

triệu lúc: $x = \frac{\log\left(\frac{1.100}{110} * \frac{18\%}{1 - (1 + 18\%)^{-10}}\right)}{\log(1 + 18\%)} = 4,832$

Tức 4 năm 10 tháng sau ngày giao hàng.

Bài 9: Ông Ba có 5 người con. Người con cả đã trưởng thành, con thứ 2 được 16 tuổi, con thứ 3 được 13 tuổi, con thứ 4 được 12 tuổi và con út 10 tuổi. Ông Ba đau nặng đang lập di chúc như sau:

Toàn bộ gia sản hiện có khoảng 2.100 triệu đồng sẽ chia cho người con trưởng $\frac{1}{3}$ để làm vốn, phần còn lại chia cho 4 người con kế. Toàn bộ số tiền còn lại này sẽ gửi vào ngân hàng hưởng lãi suất 10%/năm. Ngay khi đủ 18 tuổi mỗi người con (ngoài anh cả) sẽ được quyền rút tiền từ ngân hàng về phần được chia cho mình để tự lập. Hãy giúp ông Ba tính số tiền chia cho mỗi người con ngay thời điểm lập di chúc. Biết rằng:

❖ Khi đủ 18 tuổi bốn người em sẽ có số tiền trên ngân hàng bằng nhau.

❖ Chi phí nuôi mỗi người con ăn học đến khi 18 tuổi là 30 triệu / năm. Số tiền này được rút ra từ tiền gửi ngân hàng vào đầu mỗi năm.

Bài 10: Ông C mua một món hàng trả góp với phương thức người bán quy định như sau: trả vào cuối mỗi tháng 1 số tiền bằng nhau là 500.000 đồng trong 2 năm hoặc trả ngay 10.015.200 đồng. Ông C đề nghị được trả mỗi quý 1 lần trong 2 năm, lần trả đầu tiên là 1 quý sau ngày nhận hàng. Số tiền trả mỗi quý là bao nhiêu?

Bài 11: Ông A có đồn điền cà – phê cho lãi sau thuế là 120.000.000 đồng. Một người muốn mua đồn điền trên trả giá 1.270.000.000 đồng. Chi phí liên quan đến việc bán là 88.000.000 đồng (gồm thuế 80.000.000 đồng, chi phí khác 8.000.000 đồng). Hãy tính toán và biện luận (theo chi phí) xem ông A có thể bán được với mức chi phí mà ông A phải chịu tối đa là bao nhiêu?

Biết rằng lãi suất ngân hàng bình quân là 10% /năm. Các điều kiện khác ổn định.

Bài 12: Vợ chồng anh Xê có 2 con: đứa lớn bắt đầu học lớp 9, đứa nhỏ học lớp 6, cả hai cháu đều là học sinh giỏi. Anh chị Xê đã thỏa thuận sẽ mở doanh nghiệp tư nhân nên cần vốn kinh doanh là 250 triệu đồng. Ngoài ra, để hai đứa con có thể học đến đại học,

mỗi năm cần chi cho mỗi đứa là 20 triệu đồng (ngay từ lúc này) và khi tốt nghiệp đại học (4 năm) mỗi đứa sẽ có 60 triệu đồng để làm vốn. Anh chị quyết định bán một số bất động sản để thực hiện mục đích trên.

Một công ty kinh doanh bất động sản đồng ý mua theo điều kiện của anh chị Xê nhưng có đề nghị thay đổi như sau: thay vì trả ngay 290 triệu đồng (250 triệu làm vốn và 40 triệu cho con ăn học) thì chỉ trả ngay 250 triệu đồng, hàng năm trả thêm 20 triệu đồng cho mỗi đứa đến khi tốt nghiệp đại học công ty sẽ trả cho mỗi đứa con của anh Xê là 85 triệu đồng.

Hỏi giá anh chị Xê đề nghị có hợp lý không?

Phương án công ty đề nghị anh chị có thể bán không?

Biết rằng lãi suất chiết khấu là 14% / năm và trị giá thị trường của số bất động sản mà anh Xê muốn bán là 500 triệu đồng.

Chương 4

TÀI KHOẢN VĂNG LẠI

I. CÁC ĐỊNH NGHĨA

Định nghĩa 1: *Tài khoản vãng lai* (current account) là một loại tài khoản Ngân hàng mở cho khách hàng của mình để ghi lại những nghiệp vụ gửi và rút tiền giữa Ngân hàng với khách hàng.

Nói cách khác tài khoản vãng lai là công cụ để ngân hàng ghi chép những nghiệp vụ phát sinh thường xuyên giữa khách hàng và ngân hàng. Những khoản tiền của một nghiệp vụ một khi đã ghi vào tài khoản vãng lai thì mất tính chất riêng biệt của nó mà thành một tổng thể.

Số dư của tài khoản được thanh toán vào thời điểm tất toán tài khoản mà hai bên đã thoả thuận. Thời kỳ hoạt động của tài khoản vãng lai thường là một quý.

Định nghĩa 2: *Nghiệp vụ có* là nghiệp vụ gửi tiền vào ngân hàng.

Định nghĩa 3: *Nghiệp vụ nợ* là nghiệp vụ rút tiền ở ngân hàng.

Định nghĩa 4: *Số dư:* Hiệu số giữa tổng số nghiệp vụ nợ và nghiệp vụ có.

➤ Nếu tổng số nghiệp vụ có > tổng số nghiệp vụ nợ thì số **dư bên có**.

➤ Nếu tổng số nghiệp vụ nợ > tổng số nghiệp vụ có thì số **dư bên nợ**.

Chủ ngân hàng và chủ tài khoản thỏa thuận với nhau về lợi tức của các nghiệp vụ. Để tính được lợi tức, 2 bên thoả thuận với nhau về:

– Lãi suất:

- Khi cùng một lãi suất áp dụng chung cho cả số dư nợ và số dư có, người ta gọi là lãi suất qua lại.

- Khi lãi suất không đổi trong suốt thời gian tồn tại của tài khoản, người ta gọi là lãi suất bất biến.

- Ngày khóa sổ tài khoản: ngày ghi vào bên nợ hoặc bên có tài khoản số lợi tức của khách hàng phải trả cho Ngân hàng hoặc được nhận của ngân hàng.
- Ngày giá trị (*ngày nhập xuất*): ngày được coi là thời điểm xuất phát để tính lợi tức.

Các ngân hàng có tập quán đẩy ngược lên hay lùi xuống 1 hoặc 2 ngày so với ngày nghiệp vụ phát sinh để xác định ngày giá trị, tùy theo nghiệp vụ nợ hay nghiệp vụ có.

- Đối với nghiệp vụ nợ: đẩy sớm lên 1 hoặc 2 ngày.
- Đối với nghiệp vụ có: đẩy lùi lại 1 hoặc 2 ngày.

II. TÀI KHOẢN VĂNG LAI CÓ LỢI TỨC TÍNH THEO LÃI SUẤT QUA LẠI VÀ BẤT BIẾN

Việc tính lãi và số dư trên tài khoản vãng lai theo lãi suất bất biến có bù trừ giữa các nghiệp vụ nợ, nghiệp vụ có được thực hiện bằng một trong 3 phương pháp:

- Phương pháp trực tiếp.
- Phương pháp gián tiếp.
- Phương pháp Hambourg.

1. Phương pháp trực tiếp:

Phương pháp này tính lãi kể từ ngày giá trị đến ngày khóa sổ của mỗi nghiệp vụ.

Ví dụ:

Hãy trình bày tài khoản vãng lai của Công ty X mở tại ngân hàng ABC từ ngày 1/7 đến 31/9 căn cứ vào các sự kiện như sau:

- Lãi suất: 7,2%/năm
- Các nghiệp vụ phát sinh được phản ánh vào tài khoản:

Đơn vị tính: 1.000 đồng

Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Ngày giá trị
1/7	Số dư có		8.250	30/6
18/7	Gởi tiền mặt		100.000	20/7
6/8	Phát hành séc trả nợ	117.000		4/8
23/8	Nhờ thu thương phiếu		98.700	31/8
2/9	Chiết khấu thương phiếu		66.900	4/9
5/9	Hoàn lại thương phiếu không thu được	16.500		31/8

- Ngày giá trị:
 - Nghiệp vụ có: đẩy lùi 2 ngày.
 - Nghiệp vụ nợ: đẩy sớm lên 2 ngày.
- Nghiệp vụ nhờ thu thương phiếu tính từ ngày tiền thu được ghi vào tài khoản (31/8).

GIẢI

NGÂN HÀNG ABC
 TÀI KHOẢN VĂNG LẠI CỦA CÔNG TY X
 Từ 1/7 - 30/9

Đơn vị tính 1.000 đồng

Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Ngày giá trị	Số ngày	Số N = Vo * n	
						Nợ	Có
1/7	Số dư có		8,250	30/6	92		759,000
18/7	Gửi tiền mặt		100,000	20/7	72		7,200,000
6/8	Séc trả nợ	117,000		4/8	57	6,669,000	
23/8	Nhờ thu thương phiếu		98,700	31/8	30		2,961,000
2/9	Chiết khấu thương phiếu		66,900	4/9	26		1,739,400
5/9	Hoàn lại thương phiếu	16,500		31/8	30	495,000	
30/9	Số dư N					5,495,400	
30/9	Lãi của khách hàng		1,099,08				
30/9	Cân đối dư có	141,449,08					
		274,949,08	274,949,08			12,659,400	12,659,400
	Số dư có		141,449,08	30/9			

Diễn giải:

- Số ngày (n): Tính từ ngày giá trị đến ngày khóa sổ (30/9).
- Ngày 5/9 đã hoàn lại thương phiếu đã nhờ thu ngày 23/8 và đã thu được tiền tính ngày 29/8 (ngày giá trị 31/8).
- Lãi thực tế = $\frac{V.n.i}{360} = \frac{5.495.400 \times 7,2\%}{360} = 1.099,08$

2. Phương pháp gián tiếp

Được áp dụng từ ngày khóa sổ không xác định trước được.

Theo phương pháp này, việc tính lãi được áp dụng theo 3 bước:

- Bước 1: Tính lãi từ ngày khóa sổ lần trước tới ngày giá trị.
- Bước 2: Tính lãi từ ngày khóa sổ lần trước tới ngày khóa sổ lần này.

– Bước 3: Tính lãi thực tế phải trả bằng cách lấy kết quả ở bước 2 trừ kết quả ở bước 1.

Trong trường hợp trên, kết quả như sau:

Ngân hàng ABC							
Tài khoản vãng lai Công ty X							
Đơn vị tính 1.000 đồng							
Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Ngày giá trị	Số ngày	Lãi tức 3%	
						Nợ	Có
1/7	Số dư có		8.250	30/6			
18/7	Gửi tiền mặt		100.000	20/7	20		400.000
6/8	Séc trả nợ	117.000		4/8	35	819.00	
23/8	Nhờ thu thương phiếu		98.700	31/8	62		1.223.880
2/9	Chiết khấu thương phiếu		66.900	4/9	66		883.080
5/9	Hoàn lại thương phiếu	16.500		31/8	62	204.60	
30/9	Lãi từ 30/6-30/9						
	a-Tổng N.vụ nợ	133.500				2.456.40	
	b-Tổng N.vụ có		273.850				5.038.840
30/9	Lãi của khách hàng		1.099.08				
30/9	Cân đối dư có	141.449.08					
		274.949.08	274.949.08				
	Số dư có		141.449.08	30/9			

Diễn giải:

- Số ngày n tính từ ngày giá trị tới ngày khóa sổ lần trước (30/6).
- Lãi tức tính theo bước 2, từ ngày khóa sổ lần trước đến ngày khóa sổ lần này, ở đây, tất cả các nghiệp vụ đều có n = 92 ngày.

Ta tính lãi tức theo tổng số các nghiệp vụ nợ và có.

Tổng nghiệp vụ nợ phát sinh: 117.000 + 16.500 =133.500

Lãi tức của nghiệp vụ nợ = $\frac{133.500 \times 7,2\% \times 92}{360} = 2.456,4$

Tổng nghiệp vụ có phát sinh = 8.250+ 100.000 + 98.700 +
+ 66.900 = 273.850

Lãi tức của nghiệp vụ có = $\frac{273.850 \times 0,072 \times 92}{360} = 5.038,84$

$$\begin{aligned} \text{Số dư lợi tức có} &= 5.038,84 - (400+1.223,88+883,08) \\ &\quad - (2.456,4 - (819+204,6)) = 1.099,08 \end{aligned}$$

3. Phương pháp Hambourg

Nhược điểm của hai phương pháp trực tiếp và gián tiếp là chỉ tính được lãi vào ngày khóa sổ. Phương pháp Hambourg khắc phục được nhược điểm này. Tức là phương pháp Hambourg tính được lợi tức nợ hay có sau mỗi nghiệp vụ phát sinh. Có 2 cách trình bày:

a) Trình bày theo thứ tự thời gian của nghiệp vụ phát sinh:

Ngân hàng ABC Tài khoản Công ty X Đơn vị tính 1.000 đồng									
Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Số dư		Ngày giá trị	Số ngày n	Lợi tức 7,2%	
				Nợ	Có			Nợ	Có
1/7	Số dư có				8.250	30/6	20		33,00
18/7	Gửi tiền mặt		100.000		108.250	20/7	15		324,75
6/8	Sức trả nợ	117.000		8.750		4/8	27	47,25	
23/8	Nhờ thu thương phiếu		98.700		89.950	31/8	4		71,96
2/9	Chiết khấu thương phiếu		66.900		156.850	4/9	-4	125,48	
5/9	Hoàn lại thương phiếu	16.500			140.350	31/8	30		842,10
30/9	Lãi của khách hàng		1.099,08		141.449,08			1.099,08	
	Số dư có				141.449,08	30/9			

Diễn giải:

- ❖ Tài khoản được trình bày theo thứ tự thời gian nghiệp vụ phát sinh
- ❖ Số ngày n tính từ ngày giá trị của nghiệp vụ trước tới ngày giá trị của nghiệp vụ kế tiếp.
- ❖ Nếu ngày giá trị của nghiệp vụ sau lại trước ngày giá trị của nghiệp vụ trước (31/8 của nghiệp vụ sau trước ngày 4/9 của nghiệp vụ trước) thì n tính bằng số âm.
- ❖ Số ngày n của nghiệp vụ cuối cùng tính từ ngày giá trị của nghiệp vụ cuối đến ngày khóa sổ.
- ❖ Lợi tức tính theo công thức: $\frac{V_0.i.n}{360}$

❖ Khi n là số âm (lợi tức tính theo số dư có) để tránh dấu âm (–), người ta ghi số lợi tức vào cột lợi tức nợ.

b) Trình bày theo thứ tự thời gian của ngày giá trị:

b) Trình bày theo thứ tự thời gian của ngày giá trị

Ngân hàng ABC

Tài khoản vãng lai Công ty X

Đơn vị tính 1.000.000 đồng

Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Số dư		Ngày giá trị	Số ngày n	Lợi tức 7,2%	
				Nợ	Có			Nợ	Có
1/7	Số dư có				8.250	30/6	20		33.00
18/7	Gửi tiền mặt		100.000		108.250	20/7	15		324.75
6/8	Séc trả nợ	117.000		8.750		4/8	27	47.25	
23/8	Nhờ thu thương phiếu		98.700		89.950	31/8	0		
5/9	Hoàn lại thương phiếu	16.500			73.450	31/8	4		58.76
2/9	Chiết khấu thương phiếu		66.900		140.350	4/9	26		729.82
30/9	Lãi của khách hàng		1.099.08		141.449.08			1.099.08	
	Số dư có				141.449.08	30/9			

Diễn giải:

☐ Tài khoản trình bày theo thứ tự thời gian của ngày giá trị, do đó không còn số ngày âm.

☐ Số ngày n là khoảng cách thời gian giữa 2 nghiệp vụ liên nhau.

III. TÀI KHOẢN VÃNG LAI TÍNH THEO LÃI SUẤT KHÔNG QUA LẠI VÀ CÓ THAY ĐỔI

Đây là trường hợp phổ biến trong quan hệ giao dịch với ngân hàng, vì thường ngân hàng áp dụng lãi suất cho vay cao hơn lãi suất tiền gửi. Tỷ suất lợi tức nợ để tính lãi cho vay theo số dư nợ trên tài khoản. Tỷ suất lợi tức có để tính lãi tiền gửi theo số dư có trên tài khoản.

Để nghiên cứu ta lấy ví dụ sau:

Giả sử ngân hàng ABC đang giữ tài khoản vãng lai của khách hàng X trong thời kỳ từ 1/10 đến 31/12. Ta có các tài liệu sau:

Từ ngày 1/10 -> 30/11

+ Lãi suất nợ : 7,2%
+ Lãi suất có : 6%

Từ ngày 1/12 -> 31/12

+ Lãi suất nợ : 8,4%

+ Lãi suất có :7,2%

Lệ phí vay trội (hoa hồng bội chi): 0,05% khoản vay trội lớn nhất

Lệ phí giữ số (hoa hồng giữ số): 0,05% tổng số nghiệp vụ nợ
Các nghiệp vụ sau được ghi vào tài khoản

Ngân hàng ABC
Tài khoản vãng lai Công ty X
Đơn vị tính 1.000 đồng

Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Ngày giá trị
1/10	Số dư nợ	61.000		30/9
18/10	Gửi tiền mặt vào NH		200.000	20/10
31/10	Phát hành séc trả nợ	130.000		29/10
15/11	Trả nợ thương phiếu	190.000		25/11
23/11	Nhờ thu thương phiếu		220.000	30/11
26/11	Gửi tiền mặt		100.000	28/11
10/12	Séc thanh toán	153.000		8/12
23/12	Gửi tiền mặt vào NH		80.600	25/12

Áp dụng phương pháp Hambourg, trình bày theo thứ tự ngày giá trị, ta có:

Ngân hàng ABC
Công ty X
Đơn vị tính 1.000 đồng

Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Số dư		Ngày giá trị	Số ngày n	Lợi tức	
				Nợ	Có			Nợ	Có
01-10	Số dư nợ			61.000		30-09	20	244.0	
18-10	Gửi tiền mặt vào NH		200.000		139.000	20-10	9		208.500
31-10	Phát hành séc trả nợ	130.000			9.000	29-10	27		40.500
15-11	Trả nợ thương phiếu	190.000		181.000		25-11	3	108.6	
26-11	Gửi tiền mặt		100.000	81.000		28-11	2	32.4	
23-11	Nhờ thu thương phiếu		220.000		139.000	30-11	1		23.167
01-12	Thay đổi lãi suất				139.000	01-12	7		194.600
10-12	Séc thanh toán	153.000		14.000		08-12	17	55.533	
23-12	Gửi tiền mặt vào NH		80.600		66.600	25-12	6		79.920
31-12	Lợi tức		106.153		66.706.153			440.533	546.687
31-12	Hoa hồng bội chi	90.50			66.615.653				
31-12	Hoa hồng giữ số	168.50			66.447.153				
31-12	Số dư có				66.447.153	31/12			

Diễn giải:

- Lợi tức được tính theo số dư với tỷ suất nợ hay lãi suất phù hợp trong từng thời kỳ.
- Lưu ý đến sự thay đổi lãi suất vào ngày 1/12
- Ngoài lợi tức, khách hàng còn phải trả ngân hàng các khoản lệ phí (hoa hồng).

Hoa hồng vay trội = $181.000 \times 0,05\% = 90,5$

Hoa hồng giữ số

= $(61.000 + 181.000 + 81.000 + 14.000) \times 0,05\% = 168,5$

BÀI TẬP

Bài 1: Ngân hàng Vinbank đang quản lý tài khoản vãng lai của ông X. Thời kỳ hoạt động của tài khoản từ ngày1/3-31/5.

Về lãi suất:

- Bên nợ: 5%, bên có 2% từ ngày 1/3 đến hết ngày 27/4.
- Bên nợ: 5,5%, bên có 2,5% từ ngày 28/4 đến hết ngày 31/5.
- Hoa hồng vay trộm 0,06%.
- Hoa hồng giữ số 0,6%.

Các nghiệp vụ phát sinh như sau:

- 1/3 dư nợ: 4.106 ngày giá trị 28/2.
- 18/3 Gửi tiền vào ngân hàng 20.000
- 31/3 Séc rút tiền 16.000.
- 27/4 Trả tiền thương phiếu 7.504
- 27/4 Thay đổi lãi suất.
- 23/4 Nhận thương phiếu số tiền 6.950 (ngày giá trị 30/4).
- 26/4 Gửi tiền vào ngân hàng 10.000.
- 10/5 Rút tiền ngân hàng 13.555
- 23/5 Gửi tiền vào ngân hàng 5.000

Hãy trình bày tài khoản vãng lai của khách hàng?

Biết rằng ngân hàng có qui định:

- + Đối với nghiệp vụ nợ sẽ đẩy lùi 2 ngày.
- + Đối với nghiệp vụ có sẽ đẩy tăng lên 2 ngày.

Bài 2: Trình bày tài khoản vãng lai của một Công ty mở tại Ngân hàng B theo 3 phương pháp trực tiếp, gián tiếp và Hambourg.

- Thời kỳ từ 1/6 đến 31/8
- Lãi suất qua lại và bất biến 5,4%
- Các nghiệp vụ phát sinh

Ngày	Diễn giải	Số tiền	Ngày giá trị
1/6	Dư nợ	50.000.000	31/5
4/6	Gửi tiền	85.000.000	5/6
12/7	Nhờ thu thương phiếu	120.000.000	19/7
21/7	Rút tiền mặt	100.000.000	20/7
5/8	Cắt séc thanh toán	35.000.000	4/8
15/8	Thanh toán lương CNV	12.000.000	14/8

Chương 5

CHIẾT KHẤU THƯƠNG PHIẾU

I. ĐỊNH NGHĨA

1) **Thương phiếu** (*Commercial paper*):

Thương phiếu là giấy nhận nợ, người nhận nợ cam kết trả nợ vô điều kiện trong một thời gian nhất định. Các doanh nghiệp thường nhận được thương phiếu từ khách hàng trong thanh toán giao dịch thương mại.

Thương phiếu chủ yếu được thể hiện dưới 2 hình thức là hối phiếu và lệnh phiếu:

- **Hối phiếu** (*Draft*): giấy đòi tiền do người bán (ký phát) lập, người mua (người bị ký phát) chỉ ký vào giấy này nhằm xác nhận nợ phải trả (vô điều kiện) trong một thời gian nhất định.
- **Lệnh phiếu** (*kỳ phiếu*): Một giấy cam kết trả tiền vô điều kiện do người mua hàng (khách hàng) trực tiếp lập và ký, cam kết mình sẽ trả vào một ngày nhất định một khoản tiền ghi trên giấy cam kết này.

Trên một thương phiếu cần xác định rõ:

- **Mệnh giá của thương phiếu**: giá trị danh nghĩa thể hiện là số tiền phải trả vào thời điểm đáo hạn (*Face date*).
- **Ngày đáo hạn**: ngày trả tiền (*Due date*) ghi trên thương phiếu.

2) **Đặc điểm của thương phiếu**:

- Các doanh nghiệp chủ sở hữu thương phiếu có thể đem thương phiếu đến ngân hàng xin chiết khấu.
- Trong mọi trường hợp, thương phiếu được chuyển nhượng dễ dàng bằng phương pháp ký hậu.

3) **Chiết khấu thương phiếu**: một hình thức cho vay đặc biệt – người vay đem thương phiếu chưa đáo hạn đến bán cho ngân hàng. Ngân hàng sẽ thu hồi vốn lãi và các chi phí ở người ký nhận nợ trên thương phiếu.

Đặc điểm của chiết khấu thương phiếu là người vay phải trả lãi trước còn người cho vay lại chưa nhận được lãi ngay khi cho vay.

4) **Phí chiết khấu-Lãi chiết khấu:** (*Discounting premium*)

Phí chiết khấu là khoản lãi mà doanh nghiệp phải trả khi “vay vốn” của ngân hàng dưới hình thức chiết khấu thương phiếu, thời hạn tính từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn.

5) **Lãi suất chiết khấu** (*discounting rate*)

Lãi suất chiết khấu: Là lãi suất cho vay do Ngân hàng quy định khi áp dụng cho nghiệp vụ chiết khấu.

II. CHIẾT KHẤU THƯƠNG MẠI THEO LÃI ĐƠN

1. Chiết khấu thương mại và chiết khấu hợp lý

a) Chiết khấu thương mại

Chiết khấu thương mại là một nghiệp vụ tín dụng, qua đó ngân hàng tính phí chiết khấu ngay khi nghiệp vụ chiết khấu phát sinh (người vay phải trả trước lãi và các khoản chi phí ngay khi nhận tiền vay).

Phí chiết khấu thương mại

Gọi: e_c : phí chiết khấu thương mại

C : mệnh giá của thương phiếu

n : thời gian tính từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn

i : lãi suất chiết khấu

Áp dụng công thức tính lãi đơn, ta có: $e_c = \frac{C.i.n}{360}$

Giá trị hiện tại hay thời giá của thương phiếu (giá trị gốc): Là số tiền thực tế ngân hàng phải trao cho người có thương phiếu ngay khi chiết khấu.

Gọi V_0 là giá trị hiện tại (giá trị gốc) của thương phiếu:

Ta có: $V_0 = C - e_c$

$$V_0 = C - \frac{C.i.n}{360} = C * \frac{360 - i.n}{360}$$

Ví dụ: Ngày 1/3 công ty X chiết khấu một thương phiếu có mệnh giá 80.000.000đ, ngày đáo hạn của thương phiếu là 1/6, lãi suất chiết khấu là 12%/năm. Hãy tính số tiền chiết khấu và hiện giá của thương phiếu chiết khấu?

GIẢI

Số tiền chiết khấu:

$$e_c = \frac{C.i.n}{360} = \frac{80.000.000 \times 12\% \times 90}{360} = 2.400.000$$

Hiện giá của thương phiếu:

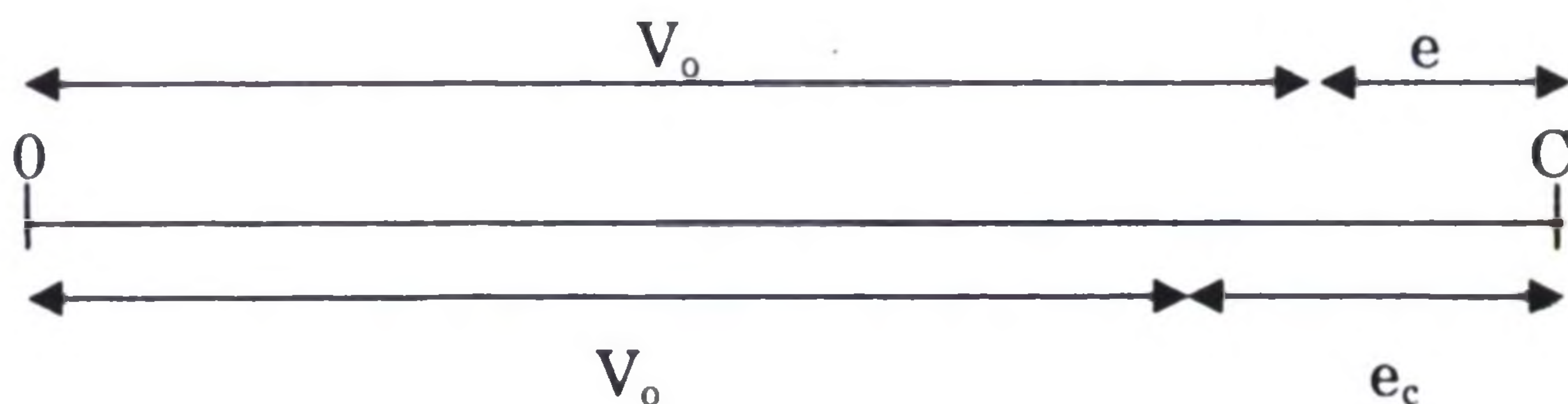
$$V_o = 80.000.000 - 2.400.000 = 77.600.000$$

b) Chiết khấu hợp lý

Trong công thức tính phí chiết khấu thương mại nêu trên, theo bản chất của lãi đơn thì số lãi phải thanh toán vào ngày đáo hạn. Nhưng thực tế Ngân hàng lại tính lãi ngay khi chiết khấu và số lãi được tính trên mệnh giá của thương phiếu (cả vốn lẫn lời). Như thế chiết khấu thương mại chưa hợp lý.

Theo nguyên tắc, lãi vay phải được tính dựa trên vốn vay. Vì thế, để đảm bảo hợp lý, số tiền chiết khấu phải được tính trên số tiền mà ngân hàng trả (cho vay) cho khách hàng của mình. Đó là số chiết khấu hợp lý.

Có thể minh họa bằng sơ đồ sau:



Nếu ta gọi:

V_o : giá trị gốc (hiện giá) của thương phiếu.

e : phí chiết khấu hợp lý.

Theo công thức tính lãi đơn ta có:

$$e = \frac{V_o \cdot i \cdot n}{360} \Rightarrow V_o = \frac{360 \cdot e}{i \cdot n}$$

$$\text{Vậy: } V_o = C - e = \frac{360 \cdot e}{i \cdot n}$$

$$\Rightarrow e = \frac{C \cdot i \cdot n}{360 + i \cdot n}$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{360 \cdot C}{360 + i \cdot n}$$

Ví dụ 2: Hãy tính lại các yêu cầu ở ví dụ 1 theo phương pháp chiết khấu hợp lý?

GIẢI

Số tiền chiết khấu:

$$e = \frac{C.i.n}{360 + i.n} = \frac{80.000.000 \times 12\% \times 90}{360 + 12\% \times 90} = 2.330.097$$

Hiện giá của thương phiếu:

$$V_0 = 80.000.000 - 2.330.097 = 77.669.903$$

• **Lưu ý:**

Trên thực tế $e < e_c$

$$V_1: \quad e_c - e = \frac{C.i.n}{360} - \frac{C.i.n}{360 + i.n} > 0$$

$$\text{Có thể viết: } e_c - e = e \frac{i.n}{360}$$

Áp dụng chiết khấu thương mại và chiết khấu hợp lý

Ví dụ:

Một doanh nghiệp sử dụng kỳ phiếu 50.000.000đ với kỳ hạn là ngày 30/6. Doanh nghiệp đưa lại cho Ngân hàng ngày 1/4. Lãi suất chiết khấu là 12%. Hãy tính thời giá của thương phiếu trên:

- Bằng chiết khấu thương mại
- Bằng chiết khấu hợp lý

GIẢI

– Ta sử dụng công thức chiết khấu thương mại:

$$e_c = 50.000.000 \times 12\% \times \frac{3}{12} = 1.500.000đ$$

hoặc

$$e_c = 50.000.000 \times 12\% \times \frac{90}{360} = 1.500.000đ$$

$$V_0 = 50.000.000 - 1.500.000 = 48.500.000$$

– Dùng công thức tính chiết khấu hợp lý:

Ta có:

$$e = \frac{C.i.n}{360+i.n} = \frac{50.000.000 \times 0,12 \times 90}{360+0,12 \times 90} = 1.453.611$$

$$V_0 = 50.000.000 - 1.453.611 = 48.546.389$$

2. Ngang giá (tương đương) của thương phiếu (equivalence)

a) Định nghĩa

▪ Hai thương phiếu được xem là tương đương nếu vào một ngày nào đó chúng có giá trị bằng nhau (theo cùng một lãi suất chiết khấu). Ngày đó được coi là ngày tương đương (ngang giá - equivalent date) và phải xảy ra trước ngày đáo hạn của thương phiếu.

▪ Tương tự, một thương phiếu được coi là tương đương với nhiều thương phiếu khác nếu thời giá (giá trị hiện tại) của nó bằng tổng các thời giá của các thương phiếu khác.

▪ Một số thương phiếu này tương đương với một số thương phiếu khác nếu hiện giá của một số thương phiếu này bằng với tổng hiện giá của các thương phiếu khác.

b) Xác định ngày ngang giá:

$$\text{Dựa trên công thức: } V_0 = C * \frac{360 - i.n}{360}$$

Gọi:

x: là thời gian từ ngày ngang giá đến ngày đáo hạn đầu tiên (ngày đáo hạn của thương phiếu đáo hạn sớm hơn).

y: là thời gian từ ngày đáo hạn đầu tiên đến ngày đáo hạn của thương phiếu thứ 2.

V_1, V_2 : thời giá (hiện giá) của thương phiếu thứ 1 và thứ 2

C_1, C_2 : mệnh giá của thương phiếu thứ 1 và thứ 2

Vì hai thương phiếu tương đương nên ta có đẳng thức: $V_1 = V_2$

$$\Leftrightarrow C_1 \frac{360 - i.x}{360} = C_2 \frac{360 - i(x + y)}{360}$$

$$\Leftrightarrow 360 C_1 - (C_1 \cdot i \cdot x) = 360 C_2 - (C_2 \cdot i \cdot x) - (C_2 \cdot i \cdot y)$$

$$\Leftrightarrow i \cdot x (C_2 - C_1) = C_2 (360 - i \cdot y) - 360 C_1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{C_2(360 - i.y) - 360C_1}{i(C_2 - C_1)}$$

Ví dụ 3: Có 2 thương phiếu sau:

Mệnh giá	Ngày đáo hạn
158.640.000	31/7
159.240.000	30/8

Hãy xác định thời điểm tương đương của hai thương phiếu trên? Biết rằng lãi suất chiết khấu là 4,5%.

Từ công thức:
$$x = \frac{C_2(360 - i.y) - 360C_1}{i(C_2 - C_1)}$$

$$x = \frac{159,24(360 - 4,5\% \times 30) - 360 \times 158,64}{4,5\%(159,24 - 158,64)} = 38$$

Như vậy thời điểm tương đương trước ngày 31/7 là 38 ngày tức là ngày 23/6.



Nhận xét:

- Ngày ngang giá (nếu có) phải ở trước ngày đáo hạn gần nhất.
- Ngày ngang giá phải ở sau ngày lập của 2 thương phiếu.
- Bài toán vô nghiệm nếu 2 thương phiếu có cùng mệnh giá và kỳ hạn khác nhau nói cách khác nếu 2 thương phiếu có cùng mệnh giá nhưng có ngày đáo hạn khác nhau thì chúng không ngang giá.
- 2 thương phiếu luôn luôn ngang giá nếu chúng có cùng mệnh giá và cùng ngày đáo hạn.
- Trong các trường hợp khác, bài toán có nghiệm duy nhất, nghĩa là nếu 2 thương phiếu có mệnh giá khác nhau và ngày đáo hạn khác nhau thì chúng sẽ ngang giá với nhau một ngày nào đó.

c- Ứng dụng: Khái niệm ngang giá được ứng dụng trong thực tế khi người ta muốn thay đổi điều kiện của 1 thương phiếu như thay đổi mệnh giá, ngày đáo hạn hoặc trong mục đích trao đổi thương phiếu (đổi nhiều thương phiếu lấy 1 thương phiếu hay ngược lại).

Ví dụ 4: Ngày 6/9 công ty X đề nghị đổi 3 thương phiếu có mệnh giá và ngày đáo hạn lần lượt là:

Mệnh giá	Ngày đáo hạn
100.000.000	31/10
300.000.000	30/11
200.000.000	31/12

Đề lấy 1 thương phiếu có kỳ hạn 15/12. Hãy xác định thời giá và mệnh giá của thương phiếu trao đổi, biết rằng lãi suất của chiết khấu là 9%.

GIẢI

Gọi: C₁, C₂, C₃: lần lượt là mệnh giá của 3 thương phiếu

n₁, n₂, n₃ : lần lượt là kỳ hạn của 3 thương phiếu

V₀ : thời giá của thương phiếu sẽ trao đổi

Áp dụng khái niệm ngang giá, ta có:

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{C_1(360 - n_1 \times 9\%) + C_2(360 - n_2 \times 9\%) + C_3(360 - n_3 \times 9\%)}{360} \\ &= \frac{100\text{tr}(360 - 55 \times 9\%) + 300\text{tr}(360 - 85 \times 9\%) + 100\text{tr}(360 - 116 \times 9\%)}{360} \\ &= 585.950.000 \end{aligned}$$

Mặt khác, ta có:

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{C(360 - n.i)}{360} \\ \Rightarrow C &= \frac{V_0 \cdot 360}{360 - n.i} = \frac{585.950.000 \times 360}{360 - (100 \times 9\%)} = 600.974.400 \text{ đ} \end{aligned}$$

Chú ý: Từ ngày 6/9 đến ngày 15/12 là 100 ngày.

Ví dụ 5: Ngày 16/7 công ty ABC đề nghị thay thế một thương phiếu đã thoả thuận có mệnh giá 300.000.000 đồng và thời hạn là ngày 31/7 bằng một thương phiếu có thời hạn mới vào ngày 31/8 (lùi thời điểm thanh toán một tháng). Hãy xác định mệnh giá của thương phiếu mới? Biết rằng lãi suất chiết khấu là 6%/năm.

GIẢI

Vì hai thương phiếu trao đổi phải tương đương nhau nên:

$$V_0 = \frac{300.000.000(360 - 6\% \times 15)}{360} = C \frac{360 - 6\% \times 46}{360}$$
$$\Rightarrow C = 301.561.980$$

Ví dụ 6: Tương tự như ví dụ 5 nhưng công ty ABC đề nghị thay thế thương phiếu mới với mệnh giá là 302.000.000 đồng. Hãy tính kỳ đáo hạn của thương phiếu mới?

GIẢI

Gọi x là ngày đáo hạn của thương phiếu mới. Ta có:

$$V_0 = \frac{300.000.000(360 - 6\% \times 15)}{360} = 302.000.000 \frac{360 - 6\% \times x}{360}$$
$$\Rightarrow x = 55 \text{ ngày}$$

Như vậy, thời điểm thanh toán của thương phiếu mới là ngày 9/9.

3. Lãi suất chiết khấu thực (hiệu dụng):

Về nguyên tắc, lãi tiền vay phải được tính theo tỷ lệ % trên vốn vay. Song trong chiết khấu thương mại, lãi được tính trên mệnh giá (gồm cả vốn lẫn lời) nên lãi suất chiết khấu quy định chỉ có hình thức (danh nghĩa) còn lãi suất chiết khấu thực tế cao hơn lãi suất danh nghĩa.

Ví dụ 7:

Một thương phiếu có mệnh giá 100.000.000đ, lãi suất chiết khấu 7,2%/năm và kỳ hạn là 90 ngày. Công ty đem chiết khấu ngay, xác định lãi suất chiết khấu thực?

GIẢI

Phí chiết khấu thương mại

$$c_c = \frac{100.000.000 \times 7,2\% \times 90}{360} = 1.800.000$$

Thời giá thương phiếu

$$V_0 = 100.000.000 - 1.800.000 = 98.200.000$$

Lãi suất chiết khấu thực:

$$i_t = \frac{1800.000}{98.200.000} \times \frac{360}{90} = 7,33\%$$

Như thế, lãi suất chiết khấu thực (hiệu dụng) lớn hơn lãi suất chiết khấu thương mại.

4. Thực tế chiết khấu thương phiếu:

a. *Chi phí chiết khấu (AGIO)*: là toàn bộ những khoản Ngân hàng trích lại khi chiết khấu thương phiếu.

Trong thực tiễn, khi cần vốn người ta đem các thương phiếu đến ngân hàng xin chiết khấu. Ngoài tiền chiết khấu (lãi) người xin chiết khấu còn phải chịu thêm tiền hoa hồng và thuế đánh vào hoạt động tài chính. Toàn bộ các khoản này gọi chung là chi phí chiết khấu.

$$\text{Chi phí chiết khấu} = \text{Tiền chiết khấu} + \text{Hoa hồng chiết khấu} + \text{Thuế}$$

Các khoản tiền hoa hồng thông dụng gồm:

- Hoa hồng ký hậu (*hoa hồng chuyển nhượng – Endorsement commission*): Cách tính khoản này giống như tính chiết khấu:

$$\frac{C.i.n}{360} \text{ với } i' \text{ là tỷ suất hoa hồng ký hậu}$$

- Các loại hoa hồng khác: được tính theo tỷ suất trên mệnh giá hoặc trên 1 số tiền cố định (hoa hồng cố định) gồm các khoản tiền lệ phí phục vụ, chấp thuận chiết khấu, chuyển tiền khác địa phương ...

b. *Giá trị ròng*: Số tiền người sở hữu thương phiếu nhận được khi chiết khấu.

$$\text{Giá trị ròng} = \text{Mệnh giá} - \text{chi phí chiết khấu}$$

Chú ý: Như thế giá trị ròng khác với giá trị hiện tại. Giá trị hiện tại là giá trị lý thuyết được dùng để tính toán về sự tương đương của các thương phiếu, còn trong thực tiễn, khi chiết khấu thương phiếu người ta dùng giá trị ròng.

c. *Điều kiện chiết khấu thương phiếu*:

Một thương phiếu muốn được chấp nhận chiết khấu phải thoả các điều kiện sau:

- Phải đảm bảo đầy đủ các chữ ký quy định.
- Còn trong thời hạn thanh toán.
- Có các điều kiện đảm bảo đối với các thương phiếu có thời hạn lâu.
- Tuân thủ đúng các thủ tục quy định của ngân hàng đối với các thương phiếu cần chiết khấu.

đ. *Lãi suất chiết khấu thực tế*: Là lãi suất thực mà người đi chiết khấu phải chịu khi chiết khấu.

Ví dụ 8:

Có 1 thương phiếu trị giá 50.000.000đ, kỳ hạn 90 ngày được chiết khấu với lãi suất 12%.

Các chi phí khác gồm:

- Chi phí cố định: 500.000đ
- Chi phí hoa hồng tỷ lệ theo vốn vay: 0,15%/năm

Lãi được bắt đầu tính 2 ngày trước ngày chiết khấu. Xác định lãi suất chiết khấu thực tế trong các trường hợp:

- Thời gian từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn là 90 ngày
- Thời gian từ ngày chiết khấu đến ngày đáo hạn là 60 ngày

GIẢI

a) Lợi tức chiết khấu thương mại với thời hạn 90 ngày:

$$50.000.000 \times 0,12 \times \frac{92}{360} = 1.533.333\text{đ}$$

Các khoản lệ phí:

Chi phí cố định: 500.000đ

Chi phí hoa hồng tỷ lệ: $50.000.000 \times 0,0015 \times \frac{92}{360} = 19.167$

Tổng các chi phí:

$$1.533.333 + 500.000 + 19.167 = 2.052.500\text{đ}$$

Giá trị thực (giá trị ròng) của thương phiếu:

$$50.000.000 - 2.052.500 = 47.947.500\text{đ cho 90 ngày}$$

Lãi suất thực của chiết khấu: $\frac{2.052.500}{47.947.500} = 4,28\%$ cho 90 ngày

$$\text{hay: } 4,28\% \times \frac{360}{90} = 17,12\%/năm$$

Nếu tính 1 năm có 365 ngày thì lãi suất thực là:

$$\frac{2.052.500}{47.947.500} \times \frac{365}{90} = 17,36\%/năm$$

b) Đối với thời gian 60 ngày, ta có thể tính tương tự:

$$50.000.000 \times 0,12 \times \frac{62}{360} = 1.033.333đ$$

$$50.000.000 \times 0,0015 \times \frac{62}{360} = 12.917đ$$

Tổng các phí : $1.033.333 + 500.000 + 12.917 = 1.546.250đ$

Giá trị thực : $50.000.000 - 1.546.250 = 48.453.750đ$

Tỷ suất thực cho 1 năm kinh doanh: $\frac{1.546.250}{48.453.750} \times \frac{360}{60} = 19,15\%$

Lãi suất thực cho 1 năm bình thường: $\frac{1.546.250}{48.453.750} \times \frac{365}{60} = 19,41\%$

Tóm lại:

- Do AGIO ngân hàng gồm phí chiết khấu và các loại lệ phí nên lãi suất chiết khấu thực tế lớn hơn lãi suất chiết khấu thương mại.

- Thời gian càng ngắn thì lãi suất chiết khấu càng cao theo gánh nặng của chi phí cố định.

III. CHIẾT KHẤU THƯƠNG MẠI THEO LÃI KÉP

Trong các nghiệp vụ tài chính dài hạn, thông thường việc chiết khấu thương phiếu phải theo lãi kép.

1. Hiện giá của thương phiếu (giá trị gốc):

Hiện giá của thương phiếu: Là giá trị hiện tại của thương phiếu ngay khi chiết khấu.

Đặt: V_0 : giá trị gốc của thương phiếu

e' : phí chiết khấu theo lãi kép (lợi tức kép của V_0).

Ta có: $C = V_0 + e'$

$$V'_0 = C(1+i)^{-n}$$

2. Phí chiết khấu

Từ công thức: $C = V_0 + e' = C(1+i)^{-n} + e'$

$$\Rightarrow e' = C[1 - (1+i)^{-n}]$$

3. So sánh 3 loại chiết khấu

Chiết khấu thương mại theo lãi đơn, lãi kép và chiết khấu hợp lý.

Để thống nhất khi so sánh 3 loại chiết khấu này, ta giả thiết n tính theo năm. Trên cơ sở đó thì:

<u>PHÍ CHIẾT KHẤU</u>	<u>GIÁ TRỊ HIỆN TẠI</u>
CK thương mại (lãi đơn): $e_c = V_0 \cdot i \cdot n$	$V_0 = C(1 - i \cdot n)$
CK hợp lý: $e = \frac{C \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$	$V_0 = \frac{C}{1 + i \cdot n}$
CK thương mại (lãi kép): $e' = C[1 - (1+i)^{-n}]$	$V_0 = C(1+i)^{-n}$



Nhân xét:

$$\diamond e_c > e \text{ vì } C \cdot i \cdot n > \frac{C \cdot i \cdot n}{1 + i \cdot n}$$

$$\diamond e > e' \text{ khi } n > 0.$$

$$\diamond e > e' \text{ nếu } n < 1$$

$$\diamond e' > e \text{ nếu } n > 1$$

$$\diamond e = e' \text{ nếu } n = 1$$

Tóm lại ta có bảng so sánh sau:

$$\text{Nếu } 0 < n < 1 \text{ thì } e' < e < e_c$$

$$\text{Nếu } n = 1 \text{ thì } e' = e < e_c$$

$$\text{Nếu } n > 1 \text{ thì } e < e' < e_c$$

4. Thương phiếu tương đương

a) Định nghĩa:

• Định nghĩa 1: Hai thương phiếu có mệnh giá và thời hạn khác nhau được gọi là tương đương khi đem chiết khấu ở cùng một thời điểm và cùng lãi suất có giá trị bằng nhau.

Giả sử có hai thương phiếu có mệnh giá là C_1 và C_2 với thời

hạn tương ứng là n_1 và n_2 . Nếu hai thương phiếu này tương đương nhau thì:

$$C_1(1+i)^{-n_1} = C_2(1+i)^{-n_2}$$

• Định nghĩa 2: Một số thương phiếu tương đương với một thương phiếu khi giá trị hiện tại của thương phiếu này bằng với hiện giá của các thương phiếu.

Giả sử có một số thương phiếu có mệnh giá lần lượt là $C_1, C_2, C_3 \dots C_m$ với thời hạn tương ứng là $n_1, n_2, n_3 \dots n_m$ tương đương với thương phiếu C_x tại thời điểm x . Ta có:

$$C_x(1+i)^{-x} = \sum_{j=1}^m C_j(1+i)^{-n_j}$$

• Định nghĩa 3: Một số thương phiếu này tương đương với một số thương phiếu khác khi giá trị hiện tại của các thương phiếu này bằng với hiện giá của các thương phiếu khác.

Giả sử có một số thương phiếu có mệnh giá lần lượt là $C_1, C_2, C_3 \dots C_m$ với thời hạn tương ứng là $n_1, n_2, n_3 \dots n_m$ và k thương phiếu có mệnh giá, thời hạn lần lượt là: $B_1, B_2, B_3 \dots B_n$ với $n_1, n_2, n_3 \dots n_k$.

Tại thời điểm tương đương. Ta có:

$$\sum_{j=1}^k B_j(1+i)^{-n_j} = \sum_{j=1}^m C_j(1+i)^{-n_j}$$

b) Định lý:

Trong lãi gộp, hai thương phiếu tương đương nhau ở một thời điểm nào đó thì chúng sẽ tương đương ở bất kỳ thời điểm nào khác.

Chứng minh

$$C_1(1+i)^{-n_1} = C_2(1+i)^{-n_2} \tag{*}$$

Giả sử tại thời điểm p cách thời điểm hiện tại p kỳ.

Nhân hai vế của (*) cho $(1+i)^p$ ta có:

$$C_1(1+i)^{-n_1} (1+i)^p = C_2(1+i)^{-n_2} (1+i)^p$$

$$\text{Hay: } C_1(1+i)^{-(n_1-p)} = C_2(1+i)^{-(n_2-p)}$$

Điều này chứng tỏ tại thời điểm p chúng cũng tương đương nhau.

Ví dụ 9:

Thay thế một thương phiếu có thời hạn 3 năm, mệnh giá 40.000.000đ bằng 1 thương phiếu có thời hạn 5 năm. Hãy tính mệnh giá của thương phiếu mới? Biết rằng lãi suất chiết khấu là 8%/năm.

$$40.000.000(1+8\%)^{-3} = C(1+8\%)^{-5}$$

$$\rightarrow C = 40.000.000 \times 1,664 = 46.656.000$$

Ví dụ 10:

Thay thế một thương phiếu có thời hạn 3 năm, mệnh giá 42.050.000đ bằng 1 thương phiếu có mệnh giá 50.000.000. Hãy tính thời hạn thanh toán của thương phiếu mới? Biết rằng lãi suất chiết khấu là 8%/năm.

Từ công thức: $C_1(1+i)^{-n_1} = C_2(1+i)^{-n_2}$, ta có:

$$42,05tr(1+8\%)^{-3} = 50(1+8\%)^{-x}$$

$$\rightarrow x = \frac{\log\left(\frac{50(1+8\%)^3}{40}\right)}{\log(1+8\%)} = 5,25$$

Vậy, thời hạn của thương phiếu muốn đổi là 5 năm ba tháng kể từ ngày chiết khấu (đổi).



Ghi chú:

Trong chiết khấu theo lãi kép, sự tương đương được duy trì theo thời gian (khác với chiết khấu lãi đơn).

BÀI TẬP

Bài 1: Ngày 15/5/2007, Công ty ABC đem chiết khấu một thương phiếu có giá trị danh nghĩa 500 triệu đồng với lãi suất 8%. Nếu ngày đáo hạn là 30/6/2007, tính phí chiết khấu hợp lý của thương phiếu và phần chênh lệch giữa phí chiết khấu thương mại và phí chiết khấu hợp lý là bao nhiêu?

Bài 2: Ngày 6/7/2006 có 3 thương phiếu của cùng một khách hàng:

- 100.000.000 đồng, kỳ hạn 31/8/2006
- 400.000.000 đồng, kỳ hạn 30/9/2006
- 300.000.000 đồng, kỳ hạn 31/10/2006

Nếu thay 3 thương phiếu bằng 1 thương phiếu có kỳ hạn 15/10/2006, tìm mệnh giá của thương phiếu thay thế. Biết rằng lãi suất chiết khấu là 9%.

Bài 3: Ngày 10/6/2007, Công ty A đem đến ngân hàng chiết khấu một thương phiếu mệnh giá 500 triệu đồng, đáo hạn ngày 31/8/2007 với các điều kiện sau:

- | | | |
|-----------------------|---|------|
| - Lãi suất chiết khấu | : | 7,2% |
| - Lệ phí ký hậu | : | 0,5% |
| - Lệ phí chung | : | 0,2% |
| - Thuế (GTGT) | : | 8% |

Yêu cầu:

- a) Tính số tiền ngân hàng trả cho Công ty?
- b) Tính lãi suất chiết khấu thực tế?

Chương 6

VAY THÔNG THƯỜNG

I. VAY VỐN:

Người chủ sở hữu vốn (người cho vay) nhượng quyền sử dụng vốn cho người khác (người vay) sử dụng trong một thời gian nhất định, người vay có nghĩa vụ phải trả cho chủ sở hữu vốn cả tiền lãi và vốn gốc khi đáo hạn hoặc tại thời điểm mà hợp đồng tín dụng qui định.

Vay thông thường là hình thức vay vốn chỉ liên quan đến hai chủ thể: người cho vay và người vay. Người đi vay quan hệ trực tiếp với người cho vay và thảo luận về những điều khoản trong hợp đồng tín dụng. Như thế, vay vốn có các đặc điểm như sau:

- ☆ Vay vốn là phải trả bao gồm trả cả vốn lẫn lãi.
- ☆ Người cho vay giao vốn (tiền) cho người vay trong một hay nhiều lần.
- ☆ Người vay có thể trả định kỳ, trả cuối kỳ hoặc trả dần vốn và các khoản lãi.

Trong một hợp đồng vay vốn cần xác định rõ các yếu tố:

- Số tiền cho vay gọi là vốn vay gốc : V_0
- Lãi suất 1 kỳ vay (năm, quý, tháng,...): i
- Thời hạn vay (năm, quý, tháng,...) : n
- Phương thức thanh toán (trả nợ gốc và lợi tức).

II. CÁC PHƯƠNG THỨC TRẢ NỢ (REDEMPTION)

1. Trả vốn vay (nợ gốc) và lợi tức 1 lần khi đáo hạn

Tiền vốn gốc và nợ trả một lần khi đáo hạn chính là giá trị cuối của vốn vay.

- Nếu vay ngắn hạn: $V_n = V_0(1+n.i)$
- Nếu vay dài hạn: $V_n = V_0(1+i)^n$

Phương thức này ít áp dụng trong các nghiệp vụ tài chính dài hạn vì tạo nên những khó khăn cả cho người cho vay lẫn người vay.

- Đối với người cho vay: phương thức này không đem lại thu nhập thường xuyên, rủi ro rất lớn.
- Đối với người đi vay:
 - Tạo ra khó khăn về tài chính vì phải hoàn trả một số tiền lớn vào cuối thời hạn.
 - Việc áp dụng lãi kép làm cho số nợ tăng nhanh.

2. Trả lãi định kỳ, trả nợ gốc vào ngày đáo hạn:

Lãi định kỳ I tính theo công thức:

$$I = V_0 \cdot i$$

Thông thường, theo phương thức này lãi được trả cuối mỗi kỳ. Vì vậy, nợ gốc (V_0) và lợi tức kỳ cuối cùng (I_n) được trả vào ngày đáo hạn với giá trị được tính theo công thức $V_0 + I = V_0(1 + i)$. Nếu lãi trả đầu mỗi kỳ thì kỳ cuối cùng chỉ phải trả vốn gốc mà thôi.

3. Trả dần định kỳ (Amortization)

Định kỳ người vay sẽ trả lãi và một phần nợ gốc. Vì thế qua mỗi lần trả, nợ sẽ giảm dần (trả nợ dần). Phương thức này được áp dụng phổ biến trong việc vay vốn đầu tư sản xuất, kinh doanh vì nó phù hợp với đặc điểm về đầu tư: bỏ vốn một hay một số lần, thu hồi vốn dần dần.

Số lãi và vốn gốc trả dần trong các kỳ khoản hợp thành một chuỗi tiền tệ.

III. TRẢ NỢ DẦN:

Sau khi nhận vốn vay, người vay có nghĩa vụ phải hoàn trả theo định kỳ.

Trong kỳ đầu tiên, số tiền trả là $a_1 = I_1 + M_1$

Với I_1 là lãi phải trả trong kỳ thứ 1, $I_1 = V_0 \cdot i$

M_1 : vốn gốc hoàn trả trong kỳ này. M_1 phụ thuộc vào số vốn vay, thời hạn vay và đặc biệt là phụ thuộc vào phương pháp khấu hao.

Kỳ thứ hai, $a_2 = I_2 + M_2$

$$I_2 = V_1 \cdot i \quad ; \quad V_1 = V_0 - M_1$$

Kỳ thứ ba, $a_3 = I_3 + M_3$

$$I_3 = V_2 \cdot i \quad ; \quad V_2 = V_1 - M_2$$

v.v....

Tổng quát kỳ thứ p:

$$a_p = I_p + M_p$$

$$I_p = V_{p-1} \cdot i \ ; \ V_{p-1} = V_{p-2} - M_{p-1}$$

Hay $M_p = V_{p-1} - V_p$

1) **Bảng hoàn trả:**

Có thể tóm tắt phương thức trả dần định kỳ bằng bảng hoàn trả sau:

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ (I)	Phần vốn hoàn trả (M)	Kỳ khoản thanh toán (a)
1	V_0	$I_1 = V_0 \cdot i$	M_1	$a_1 = I_1 + M_1$
2	$V_1 = V_0 - M_1$	$I_2 = V_1 \cdot i$	M_2	$a_2 = I_2 + M_2$
...	...		...	...
n	$V_{n-1} = V_{n-2} - M_{n-1}$	$I_n = V_{n-1} \cdot i$	M_n	$a_n = I_n + M_n$

Trong trường hợp đặc biệt, nếu cố định phần trả nợ gốc

Tức là $M_1 = M_2 = M_3 = \dots = M_n = \frac{V_o}{n}$ thì các kỳ khoản thanh toán sẽ hợp thành một cấp số cộng, công sai $r = - \frac{V_o}{n} \cdot i$

Và số hạng đầu tiên là: $a_1 = \frac{V_o}{n} + V_o \cdot i$

Thật vậy, chọn hai kỳ khoản bất kỳ liên tiếp nhau a_p và a_{p+1} . Ta có:

$$a_p = I_p + M_p = V_{p-1} \cdot i + \frac{V_o}{n}$$

và $a_{p+1} = I_{p+1} + M_{p+1} = V_p \cdot i + \frac{V_o}{n} = V_{p-1} \cdot i - M_p \cdot i + \frac{V_o}{n}$

$$= a_p - M_p \cdot i = a_p - \frac{V_o}{n} \cdot i$$

$$\Leftrightarrow a_{p+1} - a_p = - \frac{V_o}{n} \cdot i = r$$

Điều này chứng tỏ kỳ khoản thanh toán a_j với $j = \overline{1, n}$ là một cấp số cộng, công sai $r = - \frac{V_o}{n} \cdot i$

Ví dụ: Một doanh nghiệp vay một khoản tiền 20.000 triệu đồng với lãi suất 10%/năm. Theo thoả thuận, doanh nghiệp trả nợ dần trong 5 năm, lần trả đầu tiên là một năm sau ngày vay. Yêu cầu hãy lập bảng hoàn trả trong trường hợp cố định phần trả nợ gốc.

GIẢI

Mỗi năm, ngoài lãi, người vay cần phải trả một khoản nợ gốc. Khoản trả lãi hàng năm chính là một kỳ khoản và hợp thành một dãy kỳ khoản trả nợ: $a_1, a_2, \dots, a_5$

Do phần trả gốc cố định: $M_1 = M_2 = \dots = M_5 = \frac{20.000}{5} = 4.000$

Vì thế các kỳ khoản thanh toán hợp thành cấp số cộng, công sai:

$$r = - \frac{V_o}{n} .i = - \frac{20.000}{5} \times 10\% = - 400 \text{ triệu}$$

Cuối năm thứ nhất a_1 được trả là:

$$a_1 = (10\% \times 20.000 \text{ triệu}) + 4.000 \text{ triệu} = 6.000 \text{ triệu}$$

Số còn nợ V_1 (sau kỳ trả đầu tiên) là:

$$V_1 = V_0 - M_1 = 20.000 \text{ triệu} - 4.000 \text{ triệu} = 16.000 \text{ triệu}$$

Cuối năm thứ 2: a_2 được trả:

$$\begin{aligned} a_2 &= I_2 + M_2 = (V_1 . i) + M_2 \\ &= (16.000 \text{ triệu} \times 10\%) + 4.000 \text{ triệu} = 5.600 \text{ triệu} \end{aligned}$$

hay $a_2 = 6.000 \text{ triệu} - 400 \text{ triệu} = 5.600 \text{ triệu}$

Số còn nợ V_2 sau khi a_2 được trả là:

$$V_2 = V_1 - M_2 = 16.000 \text{ triệu} - 4.000 \text{ triệu} = 12.000 \text{ triệu}$$

Tính tương tự ta có:

BẢNG HOÀN TRẢ

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ (I)	Phần vốn hoàn trả (M)	Kỳ khoản thanh toán (a)
1	$V_0 = 20.000 \text{ tr}$	$I_1 = 2.000 \text{ tr}$	4.000 tr	6.000 tr
2	$V_1 = 16.000 \text{ tr}$	$I_2 = 1.600 \text{ tr}$	4.000 tr	5.600 tr
3	$V_2 = 12.000 \text{ tr}$	$I_3 = 1.200 \text{ tr}$	4.000 tr	5.200 tr
4	$V_3 = 8.000 \text{ tr}$	$I_4 = 800 \text{ tr}$	4.000 tr	4.800 tr
5	$V_4 = 4.000 \text{ tr}$	$I_5 = 400 \text{ tr}$	4.000 tr	4.400 tr

Để phù hợp với tình hình thực tế bảng hoàn trả có thể thiết lập dưới dạng sau đây:

Lãi suất	10%	Tổng số kỳ trả	5
Số năm thanh toán	5	Phương thức trả	Lãi ĐK, đáo hạn trả gốc
Số kỳ trong năm	1	Số tiền vay	20,000
Ngày bắt đầu vay	7/15/2002		

BẢNG HOÀN TRẢ

Kỳ	Ngày trả	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	Phản hoàn vốn gốc	Số tiền trả trong kỳ
1	15/07/03	20,000	2,000	4,000	6,000
2	15/07/04	16,000	1,600	4,000	5,600
3	15/07/05	12,000	1,200	4,000	5,200
4	15/07/06	8,000	800	4,000	4,800
5	15/07/07	4,000	400	4,000	4,400
Cộng			6,000	20,000	26,000

2) Tính chất của phương thức trả nợ dần:

Tính chất 1

Tổng số nợ gốc hoàn trả trong các kỳ khoản bằng nợ vay ban đầu V_0 .

$$V_0 = \sum_{j=1}^n M_j$$

Tính chất này là hiển nhiên.

Tính chất 2:

Số còn nợ đầu kỳ cuối cùng phải được trả hết trong kỳ cuối cùng.

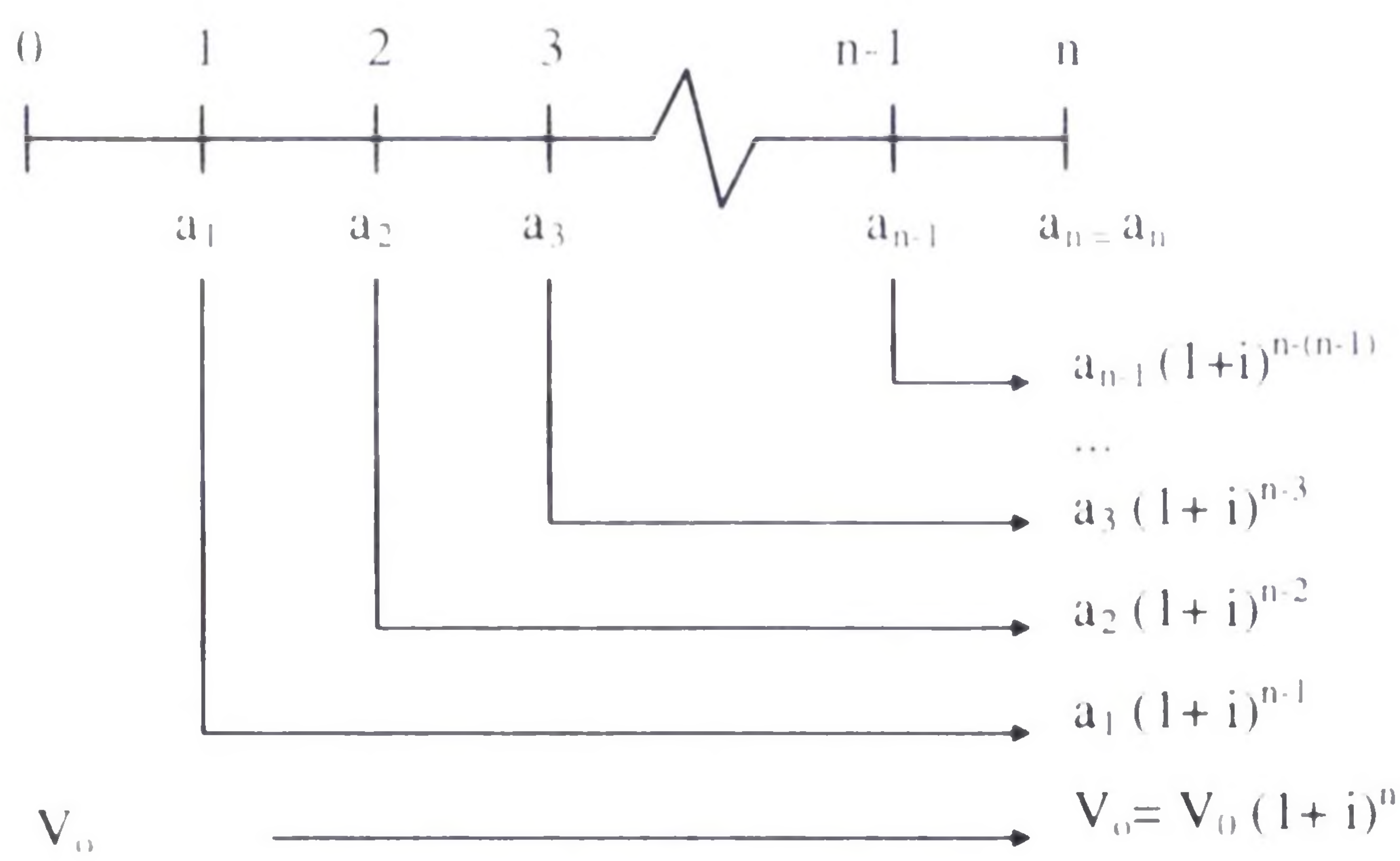
$$V_{n-1} = M_n$$

Tính chất này được suy ra từ tính chất 1.

Tính chất 3:

Giá trị cuối của vốn vay bằng tổng số giá trị cuối của các kỳ khoản trả nợ.

Có thể trình bày giá trị cuối của V_0 và giá trị cuối của các kỳ khoản thanh toán theo sơ đồ:



0: ngày nhận tiền vay (thời điểm gốc)
 1, 2,..., n -1, n: các lần trả nợ 1, 2,..., lần (n -1), lần (n)
 Vào ngày n, sau khi trả a_n , nợ được trả hết:

$$V_0(1+i)^n - \left[a_1(1+i)^{n-1} + a_2(1+i)^{n-2} + \dots + a_{n-1}(1+i)^{n-(n-1)} + a_n \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow V_0(1+i)^n = a_1(1+i)^{n-1} + a_2(1+i)^{n-2} + \dots + a_{n-1}(1+i)^{n-(n-1)} + a_n$$

Xem lại trong trường hợp trên, ta có:
 $20.000(1+0,1)^5 = 6.000(1+0,1)^4 + 5.600(1+0,1)^3 + 5.200(1+0,1)^2 + 4.800(1+0,1) + 4.400 = 32.210,2$

Tính chất 4

Vốn cho vay V_0 bằng tổng số hiện giá (giá trị gốc) của các kỳ khoản trả nợ.

Nhân 2 vế của đẳng thức (1) với $(1+i)^{-n}$, ta có:

$$V_0 = a_1(1+i)^{-1} + a_2(1+i)^{-2} + \dots + a_{n-1}(1+i)^{-(n-1)} + a_n(1+i)^{-n}$$

Hay
$$V_0 = \sum_{j=1}^n a_j(1+i)^{-j}$$

Áp dụng trong trường hợp trên:

$$20.000 = 6.000(1+0,1)^{-1} + 5.600(1+0,1)^{-2} + 5.200(1+0,1)^{-3} + 4.800(1+0,1)^{-4} + 4.400(1+0,1)^{-5}$$

Tính chất 5

Số còn nợ V_p sau khi đã trả p kỳ khoản bằng hiệu số giữa giá trị cuối của số vốn vay (V_0) tính vào thời điểm p với giá trị cuối của p kỳ khoản đã trả cũng vào thời điểm p .

$$V_p = V_0 (1+i)^p - [a_1 (1+i)^{p-1} + a_2 (1+i)^{p-2} + \dots + a_{p-1} (1+i) + a_p]$$

$$V_p = V_0 (1+i)^p - \sum_{j=1}^p a_j (1+i)^{p-j}$$

Trong trường hợp trên, số còn nợ V_3 sau khi đã trả 3 kỳ khoản là:

$$\begin{aligned} V_3 &= V_0 (1+i)^3 - [a_1 (1+i)^2 + a_2 (1+i) + a_3] \\ &= 20.000 (1,1)^3 - [6.000 (1,1)^2 + 5.600 (1,1) + 5.200] = 8.000 \end{aligned}$$

Tính chất 6

Số còn nợ sau khi đã trả p kỳ khoản bằng giá trị gốc (hiện giá) tính vào thời điểm p của $(n - p)$ kỳ khoản còn phải trả.

Sau khi đã trả a_p , người vay còn phải trả $(n - p)$ kỳ khoản nữa mới hết nợ, nghĩa là giá trị của các kỳ khoản còn phải trả từ a_{p+1} đến n (tính vào thời điểm sau khi trả a_p) phải bằng số còn nợ (cũng vào thời điểm đó).

$$V_p = a_{p+1} (1+i)^{-1} + \dots + a_{n-1} (1+i)^{-(n-1-p)} + a_n (1+i)^{-(n-p)}$$

Ứng dụng, sau khi đã trả 3 kỳ khoản, số còn nợ V_3 là:

$$\begin{aligned} V_3 &= a_4 (1+i)^{-1} + a_5 (1+i)^{-2} \\ &= 4.800 \text{ tr} (1 + 0,1)^{-1} + 4.400 \text{ tr} (1 + 0,1)^{-2} = 8.000 \text{ triệu} \end{aligned}$$

Tính chất 7

Tổng số nợ gốc đã trả sau p kỳ khoản:

$$\begin{aligned} \text{Ví dụ: } R_3 &= 6.000 + 5.600 + 5.200 = 20.000 - 8.000 \\ &= 12.000 \end{aligned}$$

IV. TRẢ NỢ DẦN THEO KỲ KHOẢN CỐ ĐỊNH:

1. Kỳ khoản cố định:

Phương thức này được áp dụng khá phổ biến vì nó giúp người vay trả nợ dần dần, rất phù hợp với người vay vốn đầu tư hoặc những người vay có thu nhập ổn định.

Giả sử số vốn vay ban đầu V_0 theo lãi suất i , người vay phải hoàn trả bằng n kỳ khoản bằng nhau, thì kỳ khoản trả nợ cố định phải thỏa mãn đẳng thức:

$$V_0 = a \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$
$$\Rightarrow a = V_0 \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

2. Bảng hoàn trả

Trong trường hợp nếu chuỗi tiền tệ là cố định: $a_1 = a_2 = \dots = a_n = a$
Lấy ví dụ như trên nhưng số tiền thanh toán mỗi kỳ đều bằng nhau.

Lúc đó, ta có:

$$a = 20.000 \frac{0,1}{1 - (1 + 0,1)^{-5}} = 5.275,9496$$

BẢNG HOÀN TRẢ

Đơn vị tính 1.000.000 đồng

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	Phần hoàn vốn gốc	Kỳ khoản (a)
1	20,000.00	2,000.00	3,275.9496	5,275.9496
2	16,724.0504	1,672.4050	3,603.5446	5,275.9496
3	13,120.5058	1,312.0506	3,963.8990	5,275.9496
4	9,156.6068	915.6607	4,360.2889	5,275.9496
5	4,796.3178	479.6318	4,796.3178	5,275.9496
Cộng		6,379.7481	20,000.000	26,379.7481

3. Định lý:

Một khoản vay được thanh toán dần bằng những kỳ khoản cố định thì các phần trả nợ gốc trong mỗi kỳ khoản hợp thành 1 cấp số nhân có công bội $(1 + i)$

Chứng minh:

Xét 2 kỳ khoản bất kỳ kế tiếp nhau:

$$a_p = I_p + M_p = i.V_{p-1} + M_p$$
$$a_{p+1} = I_{p+1} + M_{p+1} = i.V_p + M_{p+1}$$

Vì kỳ khoản cố định nên: $a_p = a_{p+1}$

$$\Rightarrow i.V_{p-1} + M_p = i.V_p + M_{p+1}$$

Mặt khác, ta có: $V_p = V_{p-1} - M_p$

$$\text{Nên: } i.V_p + M_p = i.(V_{p-1} - M_p) + M_{p+1}$$

$$\Rightarrow M_p = M_{p+1} - i.M_p$$

$$\Rightarrow (1+i) M_p = M_{p+1}$$

$$\Rightarrow \frac{M_{p+1}}{M_p} = (1+i)$$

$$\Rightarrow M_p = M_1 (1+i)^{p-1}$$

4. Hệ quả:

4.1. Tính phần trả gốc trong kỳ khoản đầu tiên (M_1)

Bảng trả nợ cho thấy: $V_0 = M_1 + M_2 + \dots + M_n$

Theo định lý, ta có:

$$V_0 = M_1 + M_1 (1+i) + M_1 (1+i)^2 + \dots + M_1 (1+i)^{n-1}$$

$$\Rightarrow V_0 = M_1 \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\Rightarrow M_1 = V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad \text{hoặc} \quad V_0 \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} - i \right]$$

Áp dụng vào trường hợp trên:

$$M_1 = 20.000 \frac{0,1}{(1,1)^5 - 1} = 3.275,9496$$

4.2. Tính phần vốn hoàn trả trong kỳ khoản cuối cùng (M_n)

Ta đã có: $a_n = I_n + M_n = i.V_{n-1} + M_n = a$

Ngoài ra: $V_{n-1} = M_n$ (tính chất 2)

$$\Rightarrow a = i.M_n + M_n = (1+i) M_n$$

$$\Rightarrow M_n = a (1+i)^{-1} = \frac{a}{(1+i)}$$

$$\text{Áp dụng: } M_5 = 5.275,9496 (1 + 0,1)^{-1} = 4.796,3178$$

4.3. Tính M_p phần vốn hoàn trả kỳ khoản bất kỳ a_p

$$M_p = a (1+i)^{-(n-p+1)}$$

Từ: $M_n = M_1 (1+i)^{n-1} \Rightarrow M_1 = M_n (1+i)^{-(n-1)}$

và: $M_p = M_1 (1+i)^{p-1}$

$\Rightarrow M_p = M_n (1+i)^{-(n-p)}$

Mặt khác, vì $M_n = a (1+i)^{-1}$

Suy ra: $M_p = a (1+i)^{-(n-p+1)}$

Áp dụng: $M_3 = 5.275,9496 (1+0,1)^{-(5-3+1)} = 3.963,899$

4.4 Tính số nợ đã trả sau kỳ khoản th thứ p :

Gọi R_p là số nợ đã trả sau kỳ khoản thứ p , nói khác đi R_p là tổng số nợ gốc của p kỳ khoản đã hoàn trả.

Thật vậy, vì: $R_p = M_1 + M_2 + \dots + M_p = M_1 \frac{(1+i)^p - 1}{i}$

$$= V_0 \frac{i}{(1+i)^n - 1} \times \frac{(1+i)^p - 1}{i}$$

$$\Rightarrow R_p = V_0 \frac{(1+i)^p - 1}{(1+i)^n - 1}$$

Áp dụng tính số nợ đã trả sau kỳ khoản M_3

$$R_3 = 20.000 \frac{(1+0,1)^3 - 1}{(1+0,1)^5 - 1} = 10.846,3932$$

4.5. Tính số còn nợ sau kỳ khoản thứ p :

Gọi: V_p là số còn nợ sau p kỳ thì:

$$V_p = V_0 - R_p = V_0 - V_0 \frac{(1+i)^p - 1}{(1+i)^n - 1} = V_0 \left(1 - \frac{(1+i)^p - 1}{(1+i)^n - 1} \right)$$

Hay: $V_p = V_0 \frac{(1+i)^n - (1+i)^p}{(1+i)^n - 1}$

Cũng có thể xác định V_p như sau: $V_p = a \frac{1 - (1+i)^{-(n-p)}}{i}$

Thực vậy, theo tính chất 6 của phương thức trả nợ dần, ta có:

$$V_p = a_{p+1} (1+i)^{-1} + \dots + a_{n-1} (1+i)^{-(n-1-p)} + a_n (1+i)^{-(n-p)}$$

Vì: $a_{p+1} = a_{p+2} = \dots = a_{n-1} = a_n = a$ (kỳ khoản cố định)

Nên:

$$V_p = a [(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + (1+i)^{-(n-1-p)} + (1+i)^{-(n-p)}]$$

$$= a \frac{1 - (1+i)^{-(n-p)}}{i}$$

$$\Rightarrow V_p = a \frac{1 - (1+i)^{-(n-p)}}{i}$$

Áp dụng để tính số còn nợ sau kỳ thứ 3 ta có:

$$\bullet \text{ Hoặc: } V_3 = V_0 \frac{(1+i)^5 - (1+i)^3}{(1+i)^5 - 1}$$

$$= 20.000 \times \frac{1,1^5 - 1,1^3}{1,1^5 - 1} = 9.156,6068$$

$$\bullet \text{ Hoặc: } V_p = a \frac{1 - (1+i)^{-(n-p)}}{i} = 5.275,9496 \times \frac{1 - (1+0,1)^{-2}}{0,1} = 9.156,6068$$

V. TRẢ NỢ 1 LẦN:

Để tránh khó khăn về tài chính khi đáo hạn, người vay chuẩn bị việc trả nợ bằng cách lập 1 quỹ trả nợ (Sinking Fund). Bắt đầu từ cuối kỳ đầu tiên, định kỳ, người vay gửi vào quỹ đó 1 khoản tiền cố định (coi như 1 khoản trả nợ) và được hưởng lãi suất i' . Giá trị cuối cùng của chuỗi tiền tệ này bảo đảm cho người vay trả được khoản nợ.

1. Trường hợp vốn và lãi trả một lần khi đáo hạn:

Gọi a là khoản tiền gửi vào ngân hàng nhằm mục đích trả nợ, i' là lãi suất tiền gửi vào ngân hàng, ta có:

$$V_n = V_0(1+i)^n = a \frac{(1+i')^n - 1}{i'}$$

$$\Leftrightarrow a = V_0(1+i)^n * \frac{i'}{(1+i')^n - 1}$$

Trường hợp $i' = i$, (lãi suất tiền gửi để chuẩn bị trả nợ và lãi suất tiền vay bằng nhau) thì kỳ khoản cố định a là:

$$a = V_0(1+i)^n * \frac{i}{(1+i)^n - 1} = V_0 * \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

Ví dụ: Công ty X vay ngân hàng 10 tỷ đồng theo lãi suất 10%/năm trong thời hạn 10 năm, vốn và lãi trả một lần khi đáo hạn. Để tránh bị khó khăn trong việc trả nợ, công ty X định kỳ cuối mỗi năm gửi vào ngân hàng một khoản tiền nhằm mục đích khi đáo hạn rút hết ra sẽ đủ tiền để trả nợ vay. Hãy tính số tiền gửi ngân hàng mỗi năm? Biết rằng lãi suất tiền gửi ngân hàng là 8,6%/năm.

GIẢI

$$\text{Áp dụng công thức: } a = V_0(1+i)^n \cdot \frac{i'}{(1+i')^n - 1} = 10 \times 1,1^{10} \times \frac{8,6\%}{1,086^{10} - 1} = 1,74$$

2. Trường hợp định kỳ trả lãi, đáo hạn hoàn trả nợ gốc:

Theo cách trả nợ này, người vay định kỳ trả lợi tức: $V_0 \cdot i$

Đến kỳ cuối cùng trả: $V_0 + I = V_0(1+i)$.

Như vậy, ngoài khoản lãi trả định kỳ, người vay phải trả khoản nợ gốc khá lớn. Nếu số tiền trả bằng nhau thì:

$$V_0 = M \frac{(1+i')^n - 1}{i'} \Rightarrow M = V_0 \frac{i'}{(1+i')^n - 1}$$

Kỳ khoản cố định mà người vay phải chi định kỳ là:

$$a = M + V_0 \cdot i = V_0 \left[\frac{i'}{(1+i')^n - 1} + i \right]$$

Ví dụ: Lấy lại ví dụ trên nhưng thay vì vốn và lãi trả một lần, hợp đồng lại qui định: định kỳ trả lãi, đáo hạn hoàn vốn gốc thì số tiền công ty X phải chi hàng năm cho việc trả lãi và gửi tiền ở ngân hàng:

$$a = V_0 \left[\frac{i'}{(1+i')^n - 1} + i \right] = 10 \left[\frac{8,6\%}{(1+8,6\%)^{10} - 1} + 10\% \right] = 1,670875$$

Trường hợp $i' = i$, (lãi suất tiền gửi để chuẩn bị trả nợ và lãi suất tiền vay bằng nhau) thì kỳ khoản cố định a là:

$$\begin{aligned} a &= V_0 \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} + i \right] = M_1 + I_1 \\ &= V_0 \cdot i \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = V_0 \frac{i}{\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = V_0 \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

Đây là kỳ khoản thông thường của chuỗi n kỳ khoản cố định a .

BÀI TẬP

Bài 1: Công ty X vay ngân hàng một số tiền. Hợp đồng tín dụng qui định lãi 12%/năm, trả dần trong 5 năm, vốn gốc trả lần đầu tiên (1 năm sau khi vay) là 400 triệu đồng, lần trả sau tăng hơn lần trước 15%. **YÊU CẦU:**

1. Tính vốn vay ban đầu?
2. Lập ba dòng cuối cùng của bảng hoàn trả?

Bài 2: Doanh nghiệp A vay ngân hàng số tiền 25.917.667.940 đồng, lãi suất 12%/năm, trả nợ dần trong 9 năm. Hợp đồng qui định doanh nghiệp A phải trả nợ gốc theo qui luật cấp số nhân, số vốn gốc trả trong lần cuối cùng gấp 6 lần số trả trong kỳ đầu tiên.

Yêu cầu:

1. Tính số vốn gốc trả trong kỳ đầu tiên?
2. Tính kỳ khoản thanh toán lần thứ bảy?

Bài 3: Doanh nghiệp A hợp đồng vay của công ty tài chính X số tiền 620.000.000 đồng. Doanh nghiệp có nghĩa vụ phải hoàn trả đều đặn cho công ty X mỗi năm một số tiền là 85.000.000 đồng, trả trong 14 năm là hết nợ, lần trả đầu tiên 1 năm sau khi vay. Tính lãi suất khoản vay trên?

Sau 6 năm, Doanh nghiệp A làm ăn khá giả nên muốn trả hết số nợ còn lại một lần. Doanh nghiệp B đề nghị với công ty tài chính X và doanh nghiệp A cho mình được vay lại khoản trên với điều kiện như doanh nghiệp A, đồng thời ngay khi vay doanh nghiệp sẽ trả thêm cho công ty tài chính X 0,5% và trả cho doanh nghiệp A 0,5% trên số còn đang nợ. Tính lãi suất khoản vay trên?

Bài 4: Công ty X vay ở một định chế tài chính Y số tiền 32 tỷ đồng, lãi suất tiền vay là 10%/năm, thời hạn 15 năm, lãi trả định kỳ mỗi năm, vốn gốc trả 1 lần khi đáo hạn. Để tránh bị khó khăn khi thanh toán nợ vay, cuối mỗi năm (kể từ ngày vay) công ty X gửi vào ngân hàng một khoản tiền đều nhau và hưởng lãi suất 9%/năm. Mục đích gửi là khi đáo hạn vay, công ty rút tiền gửi sẽ đủ trả nợ tiền vay. Hãy tính **số tiền công ty X phải chi mỗi năm cho việc trả nợ vay** (gồm tiền lãi và tiền gửi vào ngân hàng để trả nợ gốc khi đáo hạn)?

Bài 5: Doanh nghiệp A hợp đồng vay của công ty tài chính X số tiền 25,49 tỷ đồng, Doanh nghiệp có nghĩa vụ phải hoàn trả đều đặn cho công ty X mỗi năm một số tiền là 4,36854 tỷ đồng, trả trong 8 năm là hết nợ, lần trả đầu tiên là 1 năm sau khi vay. Tính lãi suất khoản vay trên? Lập dòng thứ 5 của bảng hoàn trả?

Bài 6: Doanh nghiệp B hợp đồng vay của công ty tài chính Y 1 số tiền, Doanh nghiệp có nghĩa vụ phải hoàn trả đều đặn cho công ty Y mỗi năm. Năm đầu tiên trả 350.000.000 đồng, năm sau tăng hơn năm trước 10%, lần trả đầu tiên 1 năm sau khi vay, lãi suất tiền vay là 11%. Nếu số tiền vay là 3.000.000.000 đồng, tính thời hạn trả (nếu không chẵn thì qui tròn theo nguyên tắc số nguyên gần nhất)? Tính lại kỳ khoản cuối cùng?

Bài 7: Công ty Z vay số tiền 35,16 tỷ đồng trả dần đều trong 12 năm (mỗi năm trả số tiền bằng nhau), lần trả đầu tiên là 1 năm sau ngày vay. Tính số lãi phải trả kỳ thứ 7? Biết rằng lãi suất tiền vay là 12%.

Bài 8: Doanh nghiệp A vay ngân hàng số tiền 2.048.648.124 đồng, lãi suất 9,5%/năm, trả nợ dần trong 9 năm. Hợp đồng qui định doanh nghiệp A phải trả nợ gốc theo qui luật cấp số nhân, số vốn gốc trả trong lần cuối cùng gấp 4,2 lần số trả trong kỳ đầu tiên. Tính số vốn gốc trả trong kỳ đầu tiên và lập dòng thứ 7 của bảng hoàn trả?

Bài 9: Công ty T&K vay 1.000 triệu đồng, trả hàng năm bằng kỳ khoản cố định trong 10 năm, lãi suất 11%.

- a) Tính số tiền phải trả hàng năm
- b) Phân tích số tiền trả năm đầu tiên (a_1) và năm thứ 6 (a_6) thành phần trả lãi (I) và phần hoàn trả vốn gốc (M)?
- c) Tính số còn nợ vào đầu năm thứ 9?
- d) Tính phần vốn gốc hoàn trả trong lần trả thứ 8

Bài 10: Công ty BHP vay ngân hàng một khoản vốn với các điều kiện ghi trong hợp đồng như sau:

- Trả hàng năm trong 10 năm
- Cuối năm đầu tiên là 10 triệu đồng, các năm sau mỗi năm trả tăng thêm 600 ngàn đồng.
- Lãi suất 12%

Tính số vốn đã vay và lập 2 dòng thứ 4 và thứ 5 của bảng hoàn trả?

Bài 11: Công ty BHP vay ngân hàng số tiền 5.000 triệu đồng với các điều kiện ghi trong hợp đồng như sau:

- Trả nợ dần đều trong 8 năm, lần trả đầu tiên là 1 năm sau ngày nhận vốn vay.
- Lãi suất 14%/năm.
- Ngày nhận tiền vay là 20/3/2008.

Yêu cầu lập bảng hoàn trả?

Chương 7

TRÁI PHIẾU

I. TỔNG QUÁT

1. Định nghĩa

Trái phiếu: là giấy chứng nhận do người vay (thường là do ngân hàng, công ty hay nhà nước) phát hành xác nhận phần vốn vay phải trả theo lãi suất cố định trong một khoảng thời gian nhất định.

Vay bằng trái phiếu có đặc điểm sau:

- Vay vốn bằng cách phát hành trái phiếu thường được áp dụng trong trường hợp nhu cầu vốn vay quá lớn, vượt quá khả năng cho vay của một chủ nợ.
- Vay vốn bằng cách phát hành trái phiếu thường có liên quan đến ba đối tượng: người vay, người cho vay và định chế tài chính trung gian.
- Người chủ trái phiếu (chủ nợ) có thể thu hồi vốn cho vay trước thời hạn bằng cách chuyển nhượng trái phiếu trên thị trường chứng khoán.

Thông thường có hai loại trái phiếu:

- Trái phiếu không hưởng lãi (lãi suất trái phiếu bằng không – zero coupon).
- Trái phiếu có tính lãi, lãi suất qui định trên trái phiếu là lãi suất danh nghĩa mà người phát hành cam kết chi trả mỗi kỳ.

Trái phiếu là một loại chứng khoán nên có các loại giá sau:

- a. Mệnh giá: giá trị danh nghĩa ghi trên trái phiếu. Đây cũng chính là giá nhận nợ.

Nếu người vay phát hành N trái phiếu với mệnh giá mỗi trái phiếu là C thì số nhận nợ theo danh nghĩa sẽ bằng: $V_0 = C \cdot N$

- b. Thị giá: giá trị thực của trái phiếu được mua bán trên thị trường. Đối với người phát hành, thị giá của trái phiếu thể hiện ở hai thời điểm:

- Thời điểm phát hành: giá bán lần đầu tiên của trái phiếu trên thị trường sơ cấp gọi giá phát hành (E).
- Thời điểm mua lại (R): Người vay trả nợ bằng cách mua lại trái phiếu do chính mình phát hành ra trên thị trường thứ cấp gọi là giá mua lại (thu hồi lại). Việc mua lại trái phiếu thực chất là trả nợ (gốc) tiền vay.

Để thuận lợi cho việc phát hành trái phiếu, mệnh giá C thường không lớn. Một số trường hợp người vay còn định giá phát hành (issue price) E thấp hơn mệnh giá và thu hồi trái phiếu theo giá trả hay giá mua lại R cao hơn mệnh giá: **$E \leq C \leq R$**

Tương tự như vay thông thường, vốn vay bằng trái phiếu có thể được hoàn trả một lần hay trả nhiều lần.

Sự khác nhau giữa vay thông thường và vay bằng trái phiếu:

VAY THÔNG THƯỜNG	TRÁI PHIẾU
– Liên quan đến 2 chủ thể. – Vay của 1 hay vài tổ chức tín dụng. – Người cho vay không thể thu hồi vốn trước hạn. – Người vay và người cho vay có thảo luận và ký hợp đồng tín dụng. – Chi phí vay thường thấp hơn so với vay bằng trái phiếu.	– Liên quan đến 3 đối tượng. – Vay của nhiều người và tổ chức. – Có thể thu hồi vốn trước hạn – Người vay và người cho vay không có thảo luận và ký hợp đồng tín dụng. – Chi phí vay thường cao hơn nhiều (lãi danh nghĩa, chi phí phát hành, giá phát hành thấp hơn giá nhận nợ ...).

2. Các phương thức hoàn trả ^(*)

- a) Định kỳ trả lãi, vốn gốc trả một lần khi đáo hạn:
- Hàng năm trả lãi, mỗi trái phiếu cho một khoản lợi tức: C. i
- Như vậy tiền lãi trả mỗi kỳ là $I = N.C.i$.
- Khi đáo hạn hoàn trả khoản vốn gốc theo danh nghĩa: N.C.

(*) Các công ty vay dưới hình thức phát hành trái phiếu thường vay một khoản tiền lớn trong thời gian dài. Do đó, hình thức vốn và lãi trả 1 lần khi đáo hạn không được áp dụng. Song lại có trường hợp biến tướng dưới hình thức trái phiếu không hưởng lãi (zero-coupon).

Số tiền trả mỗi kỳ hợp thành một chuỗi tiền tệ.

b) Trả nợ dần: Mỗi kỳ phải trả lãi và 1 phần vốn vay gốc.

Gọi:

- C : giá trị danh nghĩa (mệnh giá) của 1 trái phiếu
- i : lãi suất năm
- $M_1, M_2, \dots, M_n$: phần vốn hoàn trả trong năm thứ 1, 2...thứ n .
- $N = N_0$: số trái phiếu phát hành.
- $N_1, N_2, \dots, N_{n-1}$: số trái phiếu còn sống vào đầu các năm thứ 2,..., thứ n , ứng với số nợ còn phải trả $V_1, V_2, V_3, \dots, V_{n-1}$.
- $m_1, m_2, \dots, m_n$: số trái phiếu mua lại vào các năm thứ nhất, thứ hai,..., thứ n , ứng với phần vốn hoàn trả $M_1, M_2, \dots, M_n$ trong mỗi kỳ khoản với $m_j \in N$; $j = \overline{1, n}$

Ta có:

– *Cuối kỳ đầu tiên*: Số tiền trả gồm các bộ phận sau:

- Phần vốn hoàn trả: M_1

Số trái phiếu được trả là: m_1

- Lãi: $I = V_0 \cdot i = N \cdot C \cdot i$

$$\Rightarrow a_1 = N \cdot C \cdot i + m_1 \cdot R \text{ (thông thường } R = C)$$

Số trái phiếu còn sống sau kỳ thứ 1 (đầu năm thứ 2) là:

$$N_1 = N_0 - m_1$$

– *Cuối kỳ thứ 2*:

- Phần vốn hoàn trả M_2 , được phân bổ cho m_2 trái phiếu
- Phần lãi: $N_1 \cdot C \cdot i$ được trả cho N_1 người có trái phiếu

$$\Rightarrow a_2 = N_1 \cdot C \cdot i + m_2 \cdot R$$

Số trái phiếu còn sống: $N_2 = N_1 - m_2$

– *Cuối kỳ thứ p* :

- Lãi: $N_{p-1} \cdot C \cdot i$; $N_{p-1} = N_{p-2} - m_{p-1}$

Phần vốn hoàn trả M_p , phân bổ cho m_p trái phiếu: $M_p = m_p \cdot R$

Tiếp tục tính tương tự cho đến khi trả xong vốn ban đầu V_0 , thu hồi hết N trái phiếu.

Trên cơ sở đó, thiết lập bảng hoàn trả tổng quát. Cách lập Bảng hoàn trả trong vay bằng trái phiếu về cơ bản như trong vay thông thường. Tuy nhiên, có hai điểm khác cơ bản:

- Tên gọi: Bảng hoàn trái.
- Thêm một cột là số trái phiếu mua lại. Cột này được đặt liền trước cột phần hoàn vốn gốc.

II. HOÀN TRẢ VỐN VAY BẰNG TRÁI PHIẾU THEO KỲ KHOẢN CỐ ĐỊNH

Để nghiên cứu ta có thể thiết lập những bảng so sánh tìm những điểm tương đồng giữa vay thông thường và vay bằng trái phiếu như sau:

Vay vốn thông thường	Vay vốn bằng trái phiếu
Kỳ khoản số định: $a = V_0 \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$	Kỳ khoản cố định: $a = N.C \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$
Phần trả nợ gốc đầu tiên: $M_1 = V_0 \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$	Số trái phiếu mua lại kỳ đầu tiên: $m_1 = N \frac{i}{(1 + i)^n - 1}$
Phần trả gốc lần p: $M_p = M_1 (1 + i)^{p-1}$	Số trái phiếu muaa lại lần p: $m_p = m_1 (1 + i)^{p-1}$
Số nợ gốc đã trả sau p kỳ: $R_p = V_0 \frac{(1 + i)^p - 1}{(1 + i)^n - 1}$	Số trái phiếu đã trả sau p kỳ: $\sum_{j=1}^p m_j = N \frac{(1 + i)^p - 1}{(1 + i)^n - 1}$
Số còn nợ sau p lần trả: $V_p = V_0 \frac{(1 + i)^n - (1 + i)^p}{(1 + i)^n - 1}$	Số trái phiếu còn sống sau p kỳ: $N_p = N \frac{(1 + i)^n - (1 + i)^p}{(1 + i)^n - 1}$

- LƯU Ý:**
- Từ $m_p = m_1 (1 + i)^{p-1}$, chứng tỏ số lượng trái phiếu đã thanh toán trong các năm $m_1, m_2,..., m_n$ lập thành 1 cấp số nhân có công bội $(1 + i)$
 - Tương quan giữa m và N trong trái phiếu cũng là tương quan giữa M với V_0 trong vay thông thường.
 - Số trái phiếu mua lại phải nguyên dương. Vì thế nếu m_j không nguyên dương thì phải qui tròn.

III. BẢNG HOÀN TRÁI

Bảng hoàn trái được lập thành tương tự như bảng hoàn trả vốn vay thông thường.

Điều cần lưu ý là số lượng trái phiếu phải trả vào cuối mỗi năm phải là số nguyên, do đó khi m không là số nguyên ta phải quy tròn số lượng trái phiếu phải trả thành số nguyên.

Ví dụ: Công ty ABC phát hành là 10.000 trái phiếu, lãi suất 10%/năm, mệnh giá 2.000.000 đồng/trái phiếu, kỳ hạn 5 năm, thanh toán mỗi năm theo kỳ khoản cố định. Hãy lập bảng hoàn trái?

GIẢI

Đơn vị tính 1.000.000 đồng

Mệnh giá của mỗi trái phiếu: C = 2

Kỳ khoản:
$$a = NC \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$
$$= 20.000 \times \frac{0,1}{1 - (1,1)^{-5}} = 5.275,9496$$

Số lượng trái phiếu mua lại theo lý thuyết:

$$m_1 = N \frac{i}{(1 + i)^n - 1} = 20.000 \frac{10\%}{(1 + 10\%)^5 - 1}$$
$$= 1.637,97 \text{ trái phiếu}$$

$m_2 = 1.637,97 \text{ trái phiếu } (1 + 10\%) = 1.801,77 \text{ trái phiếu}$

$m_3 = 1.637,97 \text{ trái phiếu } (1 + 10\%)^2 = 1.981,95 \text{ trái phiếu}$

$m_4 = 1.637,97 \text{ trái phiếu } (1 + 10\%)^3 = 2.180,14 \text{ trái phiếu}$

$m_5 = 1.637,97 \text{ trái phiếu } (1 + 10\%)^4 = 2.398,16 \text{ trái phiếu}$

Một số cách quy tròn số lượng trái phiếu mua lại (m):

1) Cách 1: Quy tròn sang số nguyên gần nhất.

$M_1 = 1.638 \text{ trái phiếu}$	$\Rightarrow M_1 = m_1 \cdot C = 1.638 \times 2 = 3.276$
$m_2 = 1.802 \text{ trái phiếu}$	$\Rightarrow M_2 = 1.802 \times 2 = 3.604$
$m_3 = 1.982 \text{ trái phiếu}$	$\Rightarrow M_3 = 1.982 \times 2 = 3.964$
$m_4 = 2.180 \text{ trái phiếu}$	$\Rightarrow M_4 = 2.180 \times 2 = 4.360$
$m_5 = 2.398 \text{ trái phiếu}$	$\Rightarrow M_5 = 2.398 \times 2 = 4.796$
$\Sigma = 10.000 \text{ trái phiếu}$	$\Sigma = 20.000$

Số trái phiếu còn sống:

$$N_0 = N = 10.000 \text{ trái phiếu}$$

$$N_1 = N_0 - m_1 = 10.000 - 1.638 = 8.362 \text{ trái phiếu}$$

$$N_2 = N_1 - m_2 = 8.362 - 1802 = 6.560 \text{ trái phiếu}$$

$$N_3 = N_2 - m_2 = 6.560 - 1.982 = 4.578 \text{ trái phiếu}$$

$$N_4 = N_3 - m_4 = 4.578 - 2.180 = 2.398 \text{ trái phiếu (= } m_5)$$

Lãi phải trả hàng năm:

$$I_1 = N_0 \cdot C \cdot I = 2 \times 10.000 \times 10\% = 2.000$$

$$I_2 = N_1 \cdot C \cdot I = 8.362 \times 2 \times 10\% = 1.672,4$$

$$I_3 = N_3 \cdot C \cdot I = 6.560 \times 2 \times 10\% = 1.312,0$$

$$I_4 = N_3 \cdot C \cdot I = 4.578 \times 2 \times 10\% = 915,6$$

$$I_5 = N_4 \cdot C \cdot I = 2.398 \times 2 \times 10\% = 479,6$$

Các kỳ khoản:

$$a_1 = I_1 + M_1 = 2.000 + 3.276 = 5.276$$

$$a_2 = I_2 + M_2 = 1.672,4 + 3.604 = 5.276,4$$

$$a_3 = I_3 + M_3 = 1.312,0 + 3.964 = 5.276$$

$$a_4 = I_4 + M_4 = 915,6 + 4.360 = 5.275,6$$

$$a_5 = I_5 + M_5 = 479,6 + 4.796 = 5.275,6$$

Các kỳ khoản không hoàn toàn bằng nhau mà có sự sai biệt chút ít.

BẢNG HOÀN TRÁI

Đơn vị tính: 1.000.000 đồng

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	Số TP mua lại	Phần hoàn vốn gốc	Kỳ khoản thanh toán
1	20,000	2,000	1,638	3,276	5,276.0
2	16,724	1,672	1,802	3,604	5,276.4
3	13,120	1,312	1,982	3,964	5,276.0
4	9,156	915.6	2,180	4,360	5,275.6
5	4,796	479.6	2,398	4,796	5,275.6
Cộng		6,379.6	10,000	20,000	26,379.6

2) **Cách 2:** Quy tròn sang số nguyên nhỏ hơn:

$m_1 = 1.637$ trái phiếu
 $m_2 = 1.801$ trái phiếu
 $m_3 = 1.981$ trái phiếu
 $m_4 = 2.180$ trái phiếu
 $m_5 = 2.398$ trái phiếu
9.997 trái phiếu

So với $N = 10.000$, tổng số m bé hơn 3 trái phiếu, ta cộng thêm vào 3 số m lý thuyết có số lẻ cao nhất, mỗi số 1 trái phiếu, lúc đó:

$m_1 = 1.638$ trái phiếu
 $m_2 = 1.802$ trái phiếu
 $m_3 = 1.982$ trái phiếu
 $m_4 = 2.180$ trái phiếu
 $m_5 = 2.398$ trái phiếu

Sau đó ta lập bảng hoàn trả giống như cách 1.

3) **Cách 3:**

Tính các phần vốn trả gốc lũy kế, từ đó suy ra số lý thuyết lũy kế các trái phiếu được trả. Sau đó, quy tròn sang số nguyên gần nhất và xác định các số m (số trái phiếu mua lại) tiếp theo.

BẢNG TÌM CÁC SỐ m

Kỳ	Phần vốn hoàn trả lũy kế theo vay thông thường	Số trái phiếu thanh toán cuối kỳ lũy kế		Số trái phiếu thanh toán cuối kỳ m
		Số lý thuyết lũy kế	Số quy tròn lũy kế	
1	3.275.950.000	1.637,975	1.638,00	1.638,00
2	6.879.494.000	3.439,747	3.440,00	1.802,00
3	10.843.393.000	5.421,697	5.422,00	1.982,00
4	15.203.682.000	7.601,841	7.602,00	2.180,00
5	20.000.000.000	10.000,000	10.000,00	2.398,00

Từ đó ta lập bảng hoàn trả.

4) **Cách 4:** Phương pháp “bù”

⊕ Kỳ khoản lý thuyết: $a = 5.275.949.600$

M_1 lý thuyết:

$$M_1 = 5.275.949.600 - 2.000.000.000 = 3.275.949.600$$

$$m_1 \text{ lý thuyết: } m_1 = 3.275.949.600 / 2.000.000 = 1.637,9748$$

$$\text{Số trái phiếu thanh toán quy tròn: } m_1 = 1.637$$

$$\text{Vốn gốc thực tế: } M'_1 = m_1 \cdot C = 1.637 \times 2.000.000 = 3.274.000.000$$

Chênh lệch giữa số vốn gốc lý thuyết và thực tế phải trả (số bù):

$$B_1 = 3.275.949.600 - 3.274.000.000 = 1.949.600$$

Số tiền này chưa đủ mua lại một trái phiếu ($R = C = 2.000.000$). Số tiền này được tích lũy lại và được vốn hoá sang kỳ sau bằng lãi suất của trái phiếu.

⊕ *Kỳ thứ hai:*

$$\text{Kỳ khoản lý thuyết: } a = 5.275.949.600$$

Trừ lãi phải trả:

$$I_2 = N_1 \cdot C \cdot i = (10.000 - 1.637) \times 2.000.000 \times 10\% = 1.672.600.000$$

Cộng thêm B_1 đã được vốn hóa 1 năm theo lãi suất 10%:

$$B_1 (1 + 0,1) = 1.949.600(1 + 10\%) = 2.144.560$$

$$M_2 \text{ lý thuyết} = a + B_1 \text{ vốn hoá} - I_2$$

$$= 5.275.949.600 + 2.144.560 - 1.672.600.000 = 3.605.494.160$$

m_2 theo lý thuyết: $3.605.494.160 / 2.000.000 = 1.802,75$ quy tròn theo số nguyên là: 1.802

$$\text{Vốn gốc thực tế: } M'_2 = m_2 \cdot C = 2.000.000 \times 1.802 = 3.604.000.000$$

Chênh lệch giữa số vốn gốc lý thuyết và thực tế phải trả (số bù):

$$B_2 = 3.605.494.160 - 3.604.000.000 = 1.494.160$$

⊕ *Kỳ thứ ba:*

$$\text{Kỳ khoản lý thuyết: } a = 5.275.949.600$$

Trừ lãi phải trả:

$$I_3 = N_2.C.i = (10.000 - 1.637 - 1.802)2.000.000 \times 10\% \\ = 1.312.200.000$$

Cộng B₂ đã vốn hóa: $1.494.160 \times 1,1 = 1.643.576$

M₃ lý thuyết: $M_3 = a + B_2 \text{ vốn hóa} - I_3$

$$M_3 = 5.275.949.600 + 1.643.576 - 1.312.200.000 = 3.965.393.176$$

m₃ quy tròn : 1.982

$$M_3 \text{ thực tế: } M'_3 = m_3.C = 2.000.000 \times 1.982 = 3.964.000.000$$

Chênh lệch giữa số vốn gốc lý thuyết và thực tế phải trả (số bù):

$$B_3 = 3.965.393.176 - 3.964.000.000 = 1.393.176$$

⊕ *Kỳ thứ tư:*

Kỳ khoản lý thuyết : $a = 5.275.949.600$

Lãi phải trả:

$$I_4 = N_3.C.i = (6.561 - 1.982)2.000.000 \times 10\% = 915.800.000$$

Cộng B₃ đã vốn hóa: $1.393.176 \times 1,1 = 1.532.494$

M₄ lý thuyết : $M_4 = a + B_3 \text{ vốn hóa} - I_4$

$$M_4 = 5.275.949.600 + 1.532.494 - 915.800.000 = 4.361.682.094$$

m₄ quy tròn : 2.180

$$\text{Vốn gốc thực tế: } M'_4 = 2.000.000 \times 2.180 = 4.360.000.000$$

Chênh lệch giữa số vốn gốc lý thuyết và thực tế phải trả (số bù):

$$B_4 = 4.361.682.094 - 4.360.000.000 = 1.682.094$$

⊕ *Năm thứ năm:*

Kỳ khoản lý thuyết : $a = 5.275.949.600$

Trừ lãi phải trả:

$$I_5 = (4.579 - 2.180)2.000.000 \times 10\% = 479.800.000$$

Cộng B₄ đã vốn hóa : $= 342.630 \times 1,1 = 376.893$

$$M_5 \text{ lý thuyết : } 5.275.949.600 + 376.893 - 479.800.000 \\ \approx 4.798.000.000$$

m_5 quy tròn : 2.399 (số trái phiếu còn sống)

Vốn gốc thực tế: $M'_5 = 2.000.000 \times 2.399 = 4.798.000.000$

Chênh lệch giữa số vốn gốc lý thuyết và thực tế phải trả (số bù): $B_5 \approx 0$

Ta có:

BẢNG HOÀN TRÁI

Đơn vị tính 1.000 đồng

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ (I)	Số bù đã vốn hóa B (1+ i)	Phần vốn hoàn trả		Số bù (B)	Kỳ khoản thanh toán (a)
				Lý thuyết (M)	Thực tế (M')		
1	20,000,000	2,000,000	2,144.56	3,275,949.60	3,274,000	1,949.60	5,274,000
2	16,726,000	1,672,600	1,643.58	3,605,494.16	3,604,000	1,494.16	5,276,600
3	13,122,000	1,312,200	1,532.49	3,965,393.18	3,964,000	1,393.18	5,276,200
4	9,158,000	915,800	1,850.30	4,361,682.09	4,360,000	1,682.09	5,275,800
5	4,798,000	479,800	-	4,798,000.00	4,798,000	-	5,277,800
Cộng		6,380,400		20,006,518.03	20,000,000		26,380,400

IV. THANH TOÁN TRÁI PHIẾU THEO GIÁ MUA LẠI CAO HƠN MỆNH GIÁ: (R > C)

Có hai quan điểm khác nhau về trả nợ theo kỳ khoản cố định khi giá thu hồi trái phiếu $R >$ mệnh giá C .

1. Kỳ khoản thanh toán được chia thành 3 yếu tố: Phần trả lãi (I_p) phần trả vốn gốc M_p theo mệnh giá C và phần trả khuyến khích $m_p(R - C)$:

Tại kỳ khoản bất kỳ thứ p ta có:

Kỳ khoản cố định : $(m_p \cdot C) + (N_{p-1} \cdot C \cdot i)$

Tiền trả khuyến khích: $m_p (R - C)$

$$a_p = (N_{p-1} \cdot C \cdot i) + m_p \cdot C + m_p (R - C)$$

Với ví dụ trên, nếu giá mua lại của một trái phiếu R là 2.050.000đ, ta lập bảng hoàn trái như sau:

BẢNG HOÀN TRÁI

Đơn vị tính 1.000.000 đồng

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi (I=N.C.i)	Số trái phiếu thanh toán (m)	Phản vốn hoàn trả (M)	Kỳ khoản (a=M+I)	Tiền trả khuyến khích m(R- C)	Kỳ khoản thực trảa+m(R-C)
1	20.000	2.000.0	1638	3.276.0	5.276.0	81.9	5.357.9
2	16.724	1.672.4	1802	3.604.0	5.276.4	90.1	5.366.5
3	13.120	1.312.0	1982	3.964.0	5.276.0	99.1	5.375.1
4	9.156	915.6	2180	4.360.0	5.275.6	109.0	5.384.6
5	4.796	479.6	2398	4.796.0	5.275.6	119.9	5.395.5
Cộng		6,379.6	10,000	20,000.0	26,379.6	500.0	26,879.6

NHÂN XÉT:

- Các kỳ khoản thực trả không cố định.
- Tổng số tiền trả khuyến khích = N (R – C).
- Tiền trả khuyến khích hàng năm là 1 cấp số nhân có công bội (1+ i).

2. Kỳ khoản thanh toán a_p bao gồm lãi I_p và vốn hoàn trả M_p tính theo giá mua lại R:

a_p = (N_{p-1}. C. i) + M_p. R

Theo quan điểm này qui luật trả dần nợ đã thay đổi.

Thực vậy, xem kỳ khoản cố định a_p = M_p + I_p .

⇔ N_{p-1}.C. i + m_p.R = N_p.C. i + m_{p+1}. R

Mà: N_p = N_{p-1} – m_p

⇒ N_{p-1}.C.i + m_p. R = (N_{p-1} – m_p) C. i+ m_{p+1}. R

⇒ m_p. R = m_{p+1}. R – m_p. C. i

⇒ m_{p+1}. R = m_p (R + C.i)

⇒ m_{p+1} = m_p⎛⎜1 + i. $\frac{C}{R}$ ⎞⎟

⇒ $\frac{m_{p+1}}{m_p}$ = ⎛⎜1 + i. $\frac{C}{R}$ ⎞⎟ = q

Nếu gọi: i' = i. $\frac{C}{R}$ thì: q = (1+ i')

Như thế, số trái phiếu mua lại hợp thành 1 cấp số nhân có công bội (1+ i')

Áp dụng ví dụ trên ta có:

$$i' = i \cdot \frac{C}{R} = 10\% \times \frac{2.000.000}{2.050.000} = 9,76\%$$

Dùng i' thay cho i, ta tính được các số m.

$$m_1 = N \cdot \frac{i'}{(1 + i')^n - 1} = 10.000 \frac{9,76\%}{(1 + 0,0976)^5 - 1} = 1645,82TP$$

$$m_2 = m_1 (1 + i') = 1.645,82 TP (1 + 0,0976) = 1.806,45 TP$$

$$m_3 = m_2 (1 + i') = 1.806,45 TP (1 + 0,0976) = 1.982,76 TP$$

$$m_4 = m_3 (1 + i') = 1.982,76 TP (1 + 0,0976) = 2.176,28 TP$$

$$m_5 = m_4 (1 + i') = 2.176,28 TP (1 + 0,0976) = 2.388,68 TP$$

Quy tròn các số m theo cách 1, ta có:

$$m_1 = 1.646 \text{ trái phiếu}; \quad N_1 = 10.000 - 1646 = 8.354$$

$$m_2 = 1.806 \text{ trái phiếu}; \quad N_2 = 8.354 - 1806 = 6.548$$

$$m_3 = 1.983 \text{ trái phiếu}; \quad N_3 = 6.548 - 1.983 = 4.565$$

$$m_4 = 2.176 \text{ trái phiếu}; \quad N_4 = 4.565 - 2.176 = 2.389$$

$$m_5 = 2.389 \text{ trái phiếu}$$

BẢNG HOÀN TRÁI

(Đơn vị tính 1.000 đồng)

Kỳ	Nợ đầu kỳ (Vo=N.C)	Lãi trong kỳ (I=NCi)	Số trái phiếu mua lại	Phần vốn hoàn trả (M = mR)	Kỳ khoản thanh toán a = I + M
1	20,000,000	2,000,000	1646	3,374,300	5,374,300
2	16,708,000	1,670,800	1806	3,702,300	5,373,100
3	13,096,000	1,309,600	1983	4,065,150	5,374,750
4	9,130,000	913,000	2176	4,460,800	5,373,800
5	4,778,000	477,800	2389	4,897,450	5,375,250
Cộng		6,371,200	10,000	20,500,000	26,871,200

Có thể tính trực tiếp kỳ khoản cố định a theo quan điểm sau:

Do kỳ khoản cố định: $a_1 = a_2 = \dots = a_p = \dots = a_{n-1} = a_n = a$

$$a = N.R \frac{i'}{1 - (1 + i')^{-n}}$$

Với $i' = i \cdot \frac{C}{R}$

Áp dụng trong trường hợp trên: (đơn vị tính: 1.000 đồng)

$$a = 10.000 \times 2.050 \times \frac{9,76\%}{1 - (1 + 9,76\%)^{-5}} = 5.374.731,933$$

Từ $a = 5.374.731,933$, lập bảng hoàn trả theo vay thông thường.

Kỳ	Nợ đầu kỳ $V_0 = N.R$	Lãi trong kỳ $I = V_0 \cdot i$	Phần vốn hoàn trả $M = a - I$	Kỳ khoản $a = M + I$
1	20.500.000,00	2.000.800,00	3.373.931,933	5.374.731,933
2	17.126.068,067	1.671.504,243	3.703.227,689	5.374.731,933
3	13.422.840,378	1.310.069,221	4.064.662,712	5.374.731,933
4	9.358.177,667	913.358,140	4.461.373,792	5.374.731,933
5	4.896.803,874	477.928,058	4.896.803,874	5.374.731,933

Sau đó, ta tính số trái phiếu lý thuyết phải thanh toán cuối kỳ:

$$m_1 = 3.373.931,933 / 2050 = 1.645,82 \text{ tính tròn là } 1.646$$

Tương tự ta tính được:

$m_2 = 1.806,45$	qui tròn	1.806
$m_3 = 1.982,76$	qui tròn	1.983
$m_4 = 2.176,28$	qui tròn	2.176
$m_5 = 2.388,68$	qui tròn	2.389

Từ đó, ta lập bảng hoàn trái như bảng trên (*)

V. VAY VỐN CÓ XỔ SỐ THƯỞNG

Một số Công ty phát hành trái phiếu có thưởng bằng hình thức sổ sổ thông qua việc mở sổ tặng thưởng hàng năm, Giá trị thưởng luôn lớn hơn giá mua lại trái phiếu R .

(*) Nợ đầu kỳ và lãi phải trả trong kỳ luôn phải tính theo mệnh giá chứ không tính theo giá mua lại)

Thí dụ: Công ty ABC phát hành là 10.000 trái phiếu, lãi suất 10%/năm, mệnh giá 2.000.000đồng/trái phiếu, kỳ hạn 5 năm, thanh toán mỗi năm theo kỳ khoản cố định. Hãy lập bảng hoàn trái? Biết rằng cuối mỗi năm đều dự kiến thưởng một lần xổ số với các giải:

1 giải nhất	: 50.000.000	; tổng chi :	50.000.000
5 giải nhì	: 20.000.000	; tổng chi :	100.000.000
10 giải ba	: 5.000.000	; tổng chi :	50.000.000
50 giải tư	: 2.000.000	; tổng chi :	100.000.000
66 giải			
			300.000.000

Trong trường hợp trả nợ bằng kỳ khoản cố định, việc tặng thưởng không ảnh hưởng gì tới tính chất cố định của kỳ khoản vì số tiền thưởng mỗi năm cũng cố định.

Các trái phiếu trúng thưởng thông thường mất quyền được trả nợ và lãi làm giảm số chi thưởng thực tế.

Do trái phiếu trúng thưởng mất quyền hưởng lãi nên số lãi trả mỗi kỳ phải trừ bớt: $2.000.000 \times 66 \times 10\% = 13.200.000$

Vốn gốc của trái phiếu trúng thưởng mỗi năm:

$2.000.000 \times 66 = 132.000.000$

Tổng chi thưởng thực sự mỗi năm là:

$300.000.000 - 132.000.000 - 13.200.000 = 155.800.000$

BẢNG HOÀN TRÁI NHƯ SAU

Đơn vị tính: 1.000 đồng

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ (I=NCi)	Số trái phiếu mua lại	Phần vốn hoàn trả (M = mR)	Tiền thưởng sổ số	Kỳ khoản thanh toán (a)
1	20.000,000	2.000,000	1638	3,276,000	155,800	5,431,800
2	16,724,000	1,672,400	1802	3,604,000	155,800	5,432,200
3	13,120,000	1,312,000	1982	3,964,000	155,800	5,431,800
4	9,156,000	915,600	2180	4,360,000	155,800	5,431,400
5	4,796,000	479,600	2398	4,796,000	155,800	5,431,400
Cộng		6,379,600	10,000	20,000,000	779,000	27,158,600

VI. LÃI SUẤT SINH LỢI (YIELD RATE)

Trái phiếu có thể phát hành với giá phát hành $E <$ mệnh giá C . Người mua trái phiếu chỉ phải trả theo giá phát hành E nhưng lại mua được trái phiếu có mệnh giá C , do đó nhận được lợi tức theo lãi suất i (tính theo giá trị C) cho đến khi trái phiếu được thu hồi và cuối cùng được hoàn trả vốn theo C (hoặc R). Như vậy, lãi suất sinh lợi $i^* >$ lãi suất danh nghĩa i của trái phiếu.

1. Tính tỷ suất sinh lợi trung bình ngay khi phát hành (i_0):

Được tính chung cho toàn bộ những người mua trái phiếu. Vào thời điểm phát hành, N trái phiếu đem lại cho người vay một số vốn $N.E$

Người vay hàng năm phải trả 1 kỳ khoản

$$a = N.C \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

Sử dụng đẳng thức: $N. E = a \frac{1-(1+i_0)^{-n}}{i_0}$

với i_0 : lãi suất (tỷ suất) sinh lợi ngay khi phát hành.

Ta có : $N. E = N.C \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \frac{1-(1+i_0)^{-n}}{i_0}$

$$\Rightarrow \frac{1-(1+i_0)^{-n}}{i_0} = \frac{E}{C} \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \tag{1}$$

Ví dụ:

Công ty ABC đang phát hành trái phiếu kỳ hạn 10 năm, lãi suất 10%/năm, mỗi năm trả lãi 1 lần vào cuối mỗi kỳ. Trái phiếu có mệnh giá 100.000đồng/trái phiếu, giá phát hành dự kiến là 95.000đ.

Theo đẳng thức (1) ta có:

$$\frac{1-(1+i_0)^{-10}}{i_0} = \frac{95.000}{100.000} \times \frac{1-(1+0,1)^{-10}}{0,1} = 5,837339$$

Dùng nội suy tính ra được $i_0 = 11,21\%$

2. Tỷ suất sinh lợi của trái phiếu sau 1 kỳ phát hành (i_1):

Vào ngày phát hành, người mua trả 1 khoản E để mua 1 trái

phiếu. Cuối năm thứ 1 người mua nhận được lãi mỗi trái phiếu $C.i$ và bán trái phiếu theo giá R (có thể xem $R = C$).

Như vậy, vào ngày phát hành thì:

$$E = (C.i + R)(1 + i_1)^{-1}$$

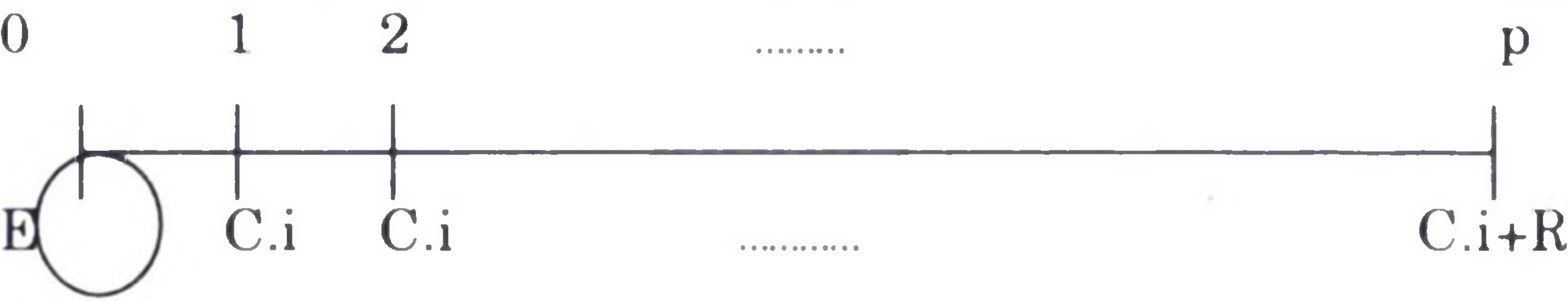
$$\Rightarrow i_1 = \frac{C.i + R}{E} - 1$$

Trong đó: i_1 lãi suất sinh lợi ở cuối năm thứ nhất.

Căn cứ vào ví dụ trên, ông Ba đã mua 100 trái phiếu của công ty, ngay sau khi nhận lãi lần thứ nhất, ông Ba bán hết số trái phiếu đã mua theo giá 98.000đồng/ trái phiếu. Hỏi tỷ suất sinh lợi của ông Ba?

$$i_1 = \frac{10.000 + 98.000}{95.000} - 1 = 13,684\%$$

3. Tỷ suất sinh lợi của trái phiếu sau p kỳ phát hành (i_p)



Gọi i_p là lãi suất của trái phiếu thanh toán vào cuối kỳ p .

Từ cuối kỳ 1 đến cuối kỳ p , mỗi kỳ người mua trái phiếu nhận được lãi cho một trái phiếu: $I = i . C$

Hiện giá của những khoản lợi tức (tính vào thời điểm phát hành) là: $C.i \frac{1 - (1 + i_p)^{-p}}{i_p}$

Cuối kỳ p , ngoài lợi tức, người mua trái phiếu còn bán trái phiếu thu được giá trị R , hiện giá R là: $R (1 + i_p)^{-p}$.

Như vậy, hiện giá của toàn bộ số tiền thu về trái phiếu:

$$E = C.i \frac{1 - (1 + i_p)^{-p}}{i_p} + R(1 + i_p)^{-p} \quad \text{với } 1 \leq p \leq n$$

Có thể tính được i_p bằng phương pháp nội suy.

Ví dụ: Công ty ABC đang phát hành trái phiếu kỳ hạn 10 năm, lãi suất 10%/năm, mỗi năm trả lãi 1 lần vào cuối mỗi kỳ. Trái phiếu có mệnh giá 100.000 đồng/trái phiếu, giá phát hành dự kiến $E = 95.000đ$. Ông Ba đã mua 100 trái phiếu của công ty, ngay sau khi nhận lãi lần thứ bảy, ông Ba bán hết số trái phiếu đã mua theo giá 99.000đồng/ trái phiếu. Hỏi tỷ suất sinh lợi của ông Ba?

Giải (đơn vị tính 1.000 đồng)

Từ công thức:

$$E = C.i \frac{1 - (1 + i_p)^{-p}}{i_p} + R(1 + i_p)^{-p}$$

$$E = 100 \times 10\% \frac{1 - (1 + i_p)^{-7}}{i_p} + 99(1 + i_p)^{-7} = 95$$

Dùng nội suy tính ra $i = 10,96\%$

VII. LÃI SUẤT CHI PHÍ CỦA NGƯỜI VAY (COST RATE)

Khi vay vốn bằng phát hành trái phiếu, ngoài lãi người phát hành còn phải chịu những chi phí phát hành.

Do đó, số tiền thực tế sử dụng $< N$. E

Gọi f : chi phí phát hành 1 trái phiếu.

i_f : lãi suất chi phí. i_f có thể xác định theo công thức hiện giá của các kỳ khoản:

$$N(E - f) = \sum_{j=1}^n a_j (1 + i_f)^{-j}$$

Nếu trái phiếu thanh toán dần theo kỳ khoản cố định thì:

$$N(E - f) = N.C \frac{i \frac{1 - (1 + i_f)^{-n}}{i_f}}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$\Rightarrow \frac{i_f}{1 - (1 + i_f)^{-n}} = \frac{C}{(E - f)} * \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$\text{hoặc} \quad \frac{1 - (1 + i_f)^{-n}}{i_f} = \frac{E - f}{C} * \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Ví dụ: Công ty ABC dự tính đầu tư vào một dự án có mức sinh lợi cao. Công ty dự định sẽ sử dụng 1 trong 2 nguồn tài trợ sau:

- Vay dài hạn ngân hàng với lãi suất 12%/năm, các chi phí khác không đáng kể.

- Phát hành trái phiếu kỳ hạn 10 năm, lãi suất 11%/năm, giá phát hành dự kiến bằng 96% mệnh giá và chi phí phát hành khoảng 4% giá phát hành.

Hãy tính toán giúp công ty lựa chọn nguồn tài trợ có chi phí thấp nhất?

GIẢI

Tính tỷ suất chi phí của trái phiếu:

Áp dụng công thức:

$$\frac{1 - (1 + i_f)^{-n}}{i_f} = \frac{E - f}{C} * \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$\frac{1 - (1 + i_f)^{-10}}{i_f} = \frac{(96\% - 4\% \times 96\%)C}{C} * \frac{1 - (1 + 11\%)^{-10}}{11\%} = 5,42752$$

Tra bảng tài chính 4 theo dòng $n = 10$ ta thấy:

$$\text{Nếu } i_f = 12,5\% \text{ thì } \frac{1 - (1 + i_f)^{-10}}{i_f} = 5,53643$$

$$\text{Nếu } i_f = 13\% \text{ thì } \frac{1 - (1 + i_f)^{-10}}{i_f} = 5,42624$$

$$\text{Vậy: } i_f = 12,5\% + (13\% - 12,5\%) \frac{5,42752 - 5,53643}{5,42624 - 5,53643} = 12,99\%$$

Như vậy, công ty nên vay dài hạn ngân hàng.

VIII. KỲ KHOẢN THỰC CHI

Kỳ khoản trả nợ trong vay trái phiếu không chỉ bao gồm phần trả lãi I và 1 phần vốn gốc M mà còn bao gồm 1 số chi phí khác như:

- Thuế thu nhập về lợi tức trái phiếu.
- Thuế thu nhập về các khoản thưởng khi trả nợ gốc (khi $R > C$ hoặc thưởng xổ số).

Thường thì các công ty vay tiền gánh chịu các khoản thuế này thay cho người mua trái phiếu nhằm khuyến khích người cho vay (mua).

- Chi phí nghiệp vụ về trả lãi và nợ gốc.
- Các chi phí khác.

Do tính cả các khoản chi phí như vậy, kỳ khoản thực chi sẽ không cố định.

Tính kỳ khoản chi phí a'_p :

Gọi:

I' : lãi thực chi cho 1 trái phiếu gồm: lãi + thuế tính trên khoản lãi đó + chi phí trả lãi.

T: Phần thực chi của vốn hoàn trả của 1 trái phiếu gồm: giá hoàn trả trái phiếu (C hoặc R) + thuế về các loại thưởng + chi phí trả vốn gốc ban đầu

G: các loại chi phí khác tính cho một kỳ thanh toán

Ta có: $a'_p = N_{p-1} \cdot I' + m_p \cdot T + G$

Ví dụ:

Một khoản vay chia thành 10.000 trái phiếu, mệnh giá là 100.000đ/trái phiếu, giá phát hành 98.000đ/ trái phiếu, kỳ hạn 10 năm, trả hàng năm bằng kỳ khoản cố định với lãi suất 10%.

Chi phí về trả lãi : 100đ/trái phiếu

Chi phí trả gốc : 500đ/trái phiếu

Tổng chi phí khác tính cho một kỳ thanh toán: 10.000.000đ

Thuế suất thuế thu nhập : 28% (người vay chịu)

Tính kỳ khoản thực chi đầu tiên a'_1

GIẢI

Ta có: $N_0 = N = 10.000$ trái phiếu.

Số lãi thực tế trả cho một trái phiếu kỳ thứ 1:

$I' = (100.000 \times 10\%) + (100.000 \times 10\% \times 0,28) + 100 = 12.900\text{đ}$.

Số vốn gốc thực tế trả cho 1 trái phiếu kỳ thứ 1:

$T = 100.000 + [(100.000 - 98.000) \times 0,28] + 500 = 101.060\text{đ}$

Số trái phiếu mua lại kỳ thứ nhất theo lý thuyết:

$$m_1 = 10.000 \times \frac{10\%}{(1+10\%)^{10} - 1} = 627,45$$

m_1 thực tế (quy tròn): 627 trái phiếu

Kỳ khoản thực chi trong lần đầu tiên:

$$\begin{aligned} a'_1 &= N \cdot I' + m_1 \cdot T + G \\ &= (10.000 \times 12.900) + (627 \times 101.060) + 10.000.000 \\ &= 202.364.620 \end{aligned}$$

Tương tự, để tính 1 kỳ khoản bất kỳ a'_p ta cần tính:

N_{p-1} : số trái phiếu còn sống đầu kỳ p

m_p : số trái phiếu thanh toán cuối kỳ p (quy tròn)

I' : lãi thực chi của 1 trái phiếu

T : thực chi trả gốc 1 trái phiếu

BÀI TẬP

Bài 1: Công ty tài chính ABC phát hành 100.000 trái phiếu kỳ hạn 10 năm, lãi suất 9%, mệnh giá= giá mua lại= 200.000 đồng/trái phiếu, giá phát hành: 200.000 đồng/trái phiếu. Trả dần theo kỳ khoản cố định. Hãy trình bày 3 dòng đầu tiên của bảng hoàn trái.

Bài 2: Công ty tài chính ABC phát hành 100.000 trái phiếu kỳ hạn 12 năm, lãi suất 10%, mệnh giá= giá mua lại= 500.000 đồng/trái phiếu.

- Giá phát hành : 490.000 đồng.
- Trả dần hàng năm theo kỳ khoản cố định.

a) Trình bày 3 dòng đầu của bảng hoàn trả, quy tròn số trái phiếu theo phương pháp bù.

b) Tính lãi suất phát sinh lợi trung bình của trái phiếu.

c) Tính lãi suất sinh lợi của trái phiếu trả vào cuối năm thứ nhất và cuối năm thứ 12.

Bài 3: Công ty ABC phát hành 500.000 trái phiếu với các quy định sau:

- Mệnh giá mỗi trái phiếu : 100.000 đồng
- Giá phát hành mỗi trái phiếu : 97.000 đồng
- Giá mua lại trái phiếu : 110.000 đồng
- Trả dần hàng năm theo kỳ khoản cố định trong 5 năm.
- Lãi suất : 10%.
- Chi phí phát hành : 3% mệnh giá.

a) Lập bảng hoàn trả.

b) Tính lãi suất sinh lợi trung bình ngay khi phát hành? Sau 3 năm phát hành?

c) Tính lãi suất chi phí Công ty?

Bài 4: Một Công ty vay 1 tỷ đồng bằng cách phát hành 5.000 trái phiếu mệnh giá 200.000 đồng/trái phiếu. Giá phát hành là 194.800 đồng/trái phiếu. Việc hoàn trả được thực hiện bằng 10 kỳ khoản cố định lãi suất 12%. Tìm lãi suất sinh lợi trung bình vào thời điểm phát hành?

Bài 5: Trái phiếu của công ty XYZ vừa phát hành có mệnh giá 100.000 đồng/trái phiếu, thời hạn 10 năm, lãi suất 12%/năm, 6 tháng trả lãi 1 lần vào cuối mỗi kỳ.

Bác Ba muốn mua một số trái phiếu của công ty XYZ nếu đạt được tỷ suất sinh lợi là 14,49%/năm. Hỏi trái phiếu của công ty XYZ bán giá bao nhiêu thì bác Ba mua được?

1. Trong trường hợp bác Ba mua trực tiếp?
 2. Trong trường hợp bác Ba phải mua qua trung gian?
- Biết rằng hoa hồng môi giới là 0,1% trên giá mua.

Bài 6: Công ty AAA vay 3 tỷ đồng bằng cách phát hành 15.000 trái phiếu mệnh giá 200.000 đồng/trái phiếu. Giá phát hành là 195.200 đồng/trái phiếu. Việc hoàn trả được thực hiện hàng năm bằng 10 kỳ khoản cố định, lãi suất 12%, lần trả đầu tiên 1 năm sau ngày phát hành. Tìm lãi suất sinh lợi trung bình vào thời điểm phát hành? Lập 2 dòng đầu tiên của bảng hoàn trả?

Bài 7: Công ty BHP vay một khoản vốn bằng cách phát hành 50.000 trái phiếu, mệnh giá 100.000 đồng/trái phiếu, giá phát hành 97.000 đồng/trái phiếu, kỳ hạn 5 năm, trả hàng năm bằng kỳ khoản cố định với lãi suất 10%.

- Chi phí về trả lãi : 50 đồng/trái phiếu
- Chi phí trả gốc : 500 đồng/trái phiếu
- Tổng chi phí khác : 8 triệu đồng/năm
- Thuế suất : 28% (người vay chịu)

a) Tính kỳ khoản thực chi đầu tiên (a_1)?

b) Tính kỳ khoản thực chi kỳ thứ hai (a_2)?

Bài 8: Công ty X đầu tư vào một dự án có nhu cầu vốn đầu tư là 20 tỷ đồng, tỷ lệ sinh lời (IRR) là 20%. Công ty có 2 phương án huy động nguồn tài trợ như sau:

- Vay dài hạn ngân hàng với lãi suất 14%/năm.
- Phát hành trái phiếu lãi 13,5 %/năm, thời hạn 10 năm. Giá phát hành dự kiến bằng 97% mệnh giá và chi phí phát hành khoản 2% giá phát hành.

Yêu cầu: Hãy tính toán giúp công ty X ra quyết định sử dụng nguồn tài trợ có giá thấp nhất?

Chương 8

ĐẦU TƯ DÀI HẠN TRONG DOANH NGHIỆP

I. HOẠT ĐỘNG ĐẦU TƯ:

1. KHÁI NIỆM VỀ ĐẦU TƯ:

Tiền đề để doanh nghiệp hoạt động kinh doanh sản xuất là cần phải có một số vốn tiền tệ nhất định. Với số vốn này doanh nghiệp tiến hành mua sắm các TSCĐ, công cụ lao động, vật tư hàng hóa, trả lương công nhân,... nhằm phục vụ lâu dài cho hoạt động kinh doanh sản xuất của doanh nghiệp. Ngoài ra, trong quá trình hoạt động có thể doanh nghiệp bổ sung thêm vốn để mở rộng kinh doanh sản xuất hoặc mua thêm cổ phiếu của các đơn vị khác... với mong muốn đạt được hiệu quả kinh tế cao trong tương lai. Đó là quá trình đầu tư của doanh nghiệp. Như vậy, đầu tư là việc bỏ vốn ra dùng vào việc gì đó nhằm mục đích sinh lợi. (*)

Trong hoạt động đầu tư luôn diễn ra hai giai đoạn cơ bản:

- **Giai đoạn bỏ vốn ra đầu tư:** trong giai đoạn này doanh nghiệp phải bỏ ra một lượng vốn nhất định để mua sắm nguyên nhiên vật liệu, công cụ lao động, các tài sản lưu động khác, mua sắm, xây dựng TSCĐ hoặc mua các cổ phiếu, trái phiếu của những đơn vị khác... Toàn bộ số vốn này chính là vốn đầu tư. Vốn đầu tư có thể bỏ ra một lần hay nhiều lần trong một thời gian dài. Thông thường, trong giai đoạn này doanh nghiệp chỉ có bỏ vốn ra chứ chưa có thu.

- **Giai đoạn thu hồi vốn và có lãi:** vốn và lãi thu hồi chính là thu nhập (còn gọi là cash flow hay lưu lượng tiền tệ – với giả định các khoản thu, chi đều bằng tiền) của đầu tư. Như vậy, thu nhập đầu tư chính là số vốn thu hồi và lãi ròng. Nếu đầu tư vào sản xuất kinh doanh, trong giai đoạn này doanh nghiệp sẽ có doanh thu và phát sinh thêm chi phí:

(*) Cũng có một số nhà kinh tế cho rằng đầu tư là đánh bạc với tương lai.

+ **Doanh thu đạt được về việc bán hàng hóa, dịch vụ** cho khách hàng.

+ **Chi phí sản xuất kinh doanh:** Là toàn bộ các khoản chi thường xuyên cho hoạt động kinh doanh của doanh nghiệp. Bao gồm các khoản chi phí khả biến và các khoản chi phí cố định phát sinh trong quá trình sản xuất kinh doanh.

+ **Kết quả của hoạt động sản xuất kinh doanh** được thể hiện thông qua các chỉ tiêu lợi nhuận (lãi).

$$EBIT = (G - Vu) H - F$$

EBIT: Lợi nhuận trước lãi vay trước thuế.

G: Đơn giá bán sản phẩm.

Vu: Mức biến phí một sản phẩm.

H: lượng sản phẩm tiêu thụ trong kỳ.

F: Tổng định phí trong một kỳ.

+ **Lãi ròng (lãi sau thuế):** lãi còn lại sau khi đã nộp thuế thu nhập doanh nghiệp.

$$Pr = EBIT (1 - t'_p)$$

Pr: Lãi ròng (lãi sau thuế).

t'_p : thuế suất thuế thu nhập doanh nghiệp.

+ **Thu nhập của dự án (*lưu lượng tiền tệ*)** được tính như sau:

$$CF_{tn} = Pr + V_k$$

Pr: Lãi ròng.

V_k : Vốn thu hồi trong kỳ (vốn thu hồi trong kỳ chủ yếu là vốn khấu hao).

Có nhiều phương pháp khấu hao khác nhau nên việc áp dụng phương pháp khấu hao cũng có tác động đến lưu lượng tiền tệ của dự án.

Chú ý: Riêng vào năm cuối cùng của dự án, lợi nhuận của dự án phải bao gồm cả các khoản thu được do bán hoặc thanh lý tài sản (sau khi bù trừ với giá trị còn lại của TSCĐ trên sổ sách và các chi phí liên quan).

Ngoài ra, vào năm cuối cùng coi như hàng tồn kho được bán hết, các khoản phải thu (nếu có) cũng được thu hồi xong... như thế vốn lưu động đầu tư ban đầu được thu hồi. Số vốn này không phải chịu thuế thu nhập doanh nghiệp.

Thí dụ: Doanh nghiệp M có dự kiến đầu tư xây dựng xưởng sản xuất mặt hàng mới có nhu cầu vốn đầu tư vào TSCĐ 100 tỷ đồng, vào vốn lưu động là 2 tỷ đồng, vốn đầu tư bỏ ra một lần theo phương thức chia khoá trao tay. Đời sống của dự án (không kể thời gian đầu tư cơ bản) là 10 năm. Doanh thu mỗi năm là 100 tỷ đồng, biến phí chiếm 60%, định phí mỗi năm là 8 tỷ đồng (chưa kể khấu hao). Công ty khấu hao theo phương pháp tuyến tính cố định. Riêng 2 năm đầu đi vào hoạt động doanh thu chỉ đạt khoảng 70 tỷ đồng. Khi hết hạn đầu tư, toàn bộ TSCĐ có thể bán thu được 20 tỷ đồng, vốn lưu động thu đủ là 2 tỷ đồng. Thuế suất thuế thu nhập doanh nghiệp là 28%.

Doanh thu năm cuối cùng bao gồm cả tiền bán TSCĐ. Vì vốn cố định đã thu hồi đủ qua con đường khấu hao nên số tiền này phải chịu thuế thu nhập doanh nghiệp.

Đơn vị tính: tỷ đồng											
Chỉ tiêu \ năm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Vốn đầu tư	102										
2. Doanh thu		70	70	100	100	100	100	100	100	100	120
3. Khấu hao		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
4. Định phí khác		8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
5. Biến phí		42	42	60	60	60	60	60	60	60	60
6. Lãi trước thuế (2-3-4-5)		10.0	10.00	22.00	22.0	22.0	22.0	22.0	22.0	22.0	42.0
7. Thuế TNDN		2.80	2.80	6.16	6.16	6.16	6.16	6.16	6.16	6.16	11.76
8. Lãi ròng (6-7)		7.2	7.20	15.84	15.84	15.84	15.84	15.84	15.84	15.84	30.24
9. Thu vốn lưu động											2.00
10. Thu nhập (CF= 3+8 +9)		17.2	17.2	25.8	25.84	25.84	25.84	25.84	25.84	25.8	42.24

2 - PHÂN LOẠI ĐẦU TƯ:

Để tiện cho việc theo dõi, quản lý và đề ra các biện pháp nhằm nâng cao hiệu quả đầu tư cần phải phân loại các hoạt động đầu tư.

a) **Căn cứ vào thời gian bỏ vốn đầu tư và thực hiện** người ta chia làm 2 loại đầu tư:

- **Dầu tư ngắn hạn:** đầu tư mua trái phiếu, kỳ phiếu, góp vốn liên doanh theo vụ việc... có thời hạn dưới một năm.

- **Dầu tư dài hạn:** đầu tư mua cổ phiếu, trái phiếu trên một năm, góp vốn liên doanh, đầu tư để mua sắm, xây dựng nhà xưởng trang thiết bị,... để sản xuất kinh doanh.

b) **Căn cứ vào mục tiêu đầu tư** gồm có 2 loại:

- + **Dầu tư ra bên ngoài doanh nghiệp** như góp vốn liên doanh, mua cổ phiếu, trái phiếu của đơn vị khác ...

- + **Dầu tư vào bên trong doanh nghiệp** gồm có:

- **Dầu tư chiều sâu:** như đầu tư cho nghiên cứu và phát triển sản phẩm, tạo điều kiện phát triển lâu dài cho doanh nghiệp

- **Dầu tư mở rộng:** đầu tư mở rộng thêm các xưởng mới hay các đơn vị trực thuộc...

- **Dầu tư thay thế hoặc duy trì:** là việc đầu tư đổi mới các tài sản cho phù hợp với tiến bộ khoa học kỹ thuật nhằm thỏa mãn yêu cầu của thị trường, giữ vững thị trường, tiết kiệm chi phí v.v...

c) **Căn cứ vào chủ thể đầu tư:**

- Đầu tư trực tiếp.

- Đầu tư gián tiếp.

3 – NGUỒN VỐN ĐẦU TƯ:

Thông thường, để tài trợ cho nhu cầu vốn đầu tư người ta sử dụng các nguồn sau:

a – Nguồn vốn chủ sở hữu: Là nguồn vốn chủ doanh nghiệp (nhà nước hoặc tư nhân – nếu là doanh nghiệp 1 chủ, cổ đông – nếu là công ty cổ phần, trách nhiệm hữu hạn ...) bỏ ra để đầu tư kể cả phần lãi của doanh nghiệp để lại dùng để tái đầu tư.

b – Nguồn vốn vay: Đây là nguồn vốn huy động từ bên ngoài doanh nghiệp. Đối tượng cho doanh nghiệp vay có thể là ngân hàng, công ty tài chính hoặc là công nhân viên hay vay của nhân dân thông qua phát hành trái phiếu.

4 – DỰ ÁN ĐẦU TƯ:

Để đi đến quyết định đầu tư, vấn đề quan trọng là doanh nghiệp phải đánh giá được hiệu quả kinh tế của đầu tư. Kết quả đầu

tư sẽ thu được trong thời gian dài. Trong thời gian đó có nhiều biến động kinh tế, chính trị, xã hội,... khó dự kiến hết được. Vì vậy, chấp nhận bỏ vốn đầu tư là doanh nghiệp chấp nhận rủi ro. Để hạn chế rủi ro đòi hỏi doanh nghiệp phải xây dựng nhiều dự án có tính khả thi. Hơn nữa, số vốn của doanh nghiệp có hạn, nguồn vốn huy động cũng có hạn, muốn đạt được hiệu quả vốn đầu tư cao nhất doanh nghiệp cần phải xác định nhiều dự án để lựa chọn. Đó là dự án đầu tư.

Có nhiều dạng dự án khác nhau:

- Những dự án xung khắc nhau ⁽¹⁾: nếu thực hiện dự án này thì phải loại bỏ dự án kia và ngược lại ví dụ 2 dự án xây dựng cầu Bắc Cần Thơ và dự án cải tạo Bắc Cần Thơ là 2 dự án xung khắc nhau.

- Các dự án phụ thuộc hoặc bổ sung cho nhau. Hai dự án được xem là phụ thuộc nhau khi chọn dự án này buộc phải chọn dự án kia và ngược lại.

- Các dự án hoàn toàn độc lập nhau: Nếu có những dự án độc lập nhau có nghĩa là lựa chọn dự án hay nhóm dự án này không ảnh hưởng gì đến việc chọn hay không chọn dự án khác.

II. PHƯƠNG PHÁP LỰA CHỌN DỰ ÁN ĐẦU TƯ:

Trong một dự án đầu tư bao gồm nhiều nội dung thuộc nhiều lĩnh vực khác nhau như: kỹ thuật, kinh tế, tài chính, môi trường, xã hội... Phạm vi bài này chỉ giới thiệu một số phương pháp thẩm định, lựa chọn các dự án đầu tư (đã có dự án đầu tư khả thi) thích hợp nhất dưới góc độ tài chính.

A- CÁC PHƯƠNG PHÁP THẨM ĐỊNH DỰ ÁN ĐẦU TƯ (TRONG ĐIỀU KIỆN BÌNH THƯỜNG):

Tùy theo mục tiêu của dự án mà có nhiều phương pháp khác nhau để lựa chọn dự án đầu tư. Thông thường mục tiêu cuối cùng của hoạt động đầu tư là lợi nhuận. Do đó lựa chọn dự án đầu tư chủ yếu là đánh giá khả năng sinh lời của từng dự án tức là xác định tỷ lệ giữa lợi nhuận so với vốn đầu tư.

1. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN GIẢN:

a - Phương pháp tỷ lệ sinh lời bình quân:

Theo phương pháp này, cần xác định tỷ lệ sinh lời bình quân

⁽¹⁾ Còn gọi là dự án loại trừ nhau.

vốn đầu tư của từng dự án, sau đó so sánh giữa chúng với nhau, dự án nào có tỷ lệ cao hơn là dự án tốt hơn.

Tỷ lệ sinh lời bình quân từng dự án được tính như sau:

$$\overline{P'}_v = \frac{\overline{P}_r}{\overline{V}_{dt}} \times 100 \%$$

$$\overline{P}_r = \frac{P_1 + P_2 + \dots + P_n}{n}$$

$$\overline{V}_{dt} = \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{n}$$

Trong đó:

$P_1, P_2, \dots, P_n$: lần lượt là lợi nhuận ròng (lợi nhuận đạt được sau khi đã nộp thuế lợi tức) dự kiến thu được do dự án đầu tư mang lại ở các năm thứ 1, 2,..., thứ n.

$V_1, V_2, \dots, V_n$: Lần lượt là vốn đầu tư năm thứ 1, 2,..., thứ n.

$\overline{P}_r$: Lợi nhuận ròng bình quân hàng năm trong thời gian đầu tư.

$\overline{P}_{dt}$: Vốn đầu tư bình quân hàng năm trong thời gian đầu tư.

n: Số năm đầu tư.

Thí dụ 1: Có hai dự án đầu tư X và Y cùng nhu cầu vốn là 700.000.000 đồng. Thu nhập và phương thức bỏ vốn như sau:

Đơn vị tính: 1.000.000 đồng

Năm	Vốn đầu tư		Lãi ròng		Khấu hao		Thu nhập	
	Dự án X	Dự án Y	Dự án X	Dự án Y	Dự án X	Dự án Y	Dự án X	Dự án Y
0	700	700						
1			145	160	140	100	285	260
2			145	160	140	100	285	260
3			145	160	140	100	285	260
4			145	160	140	100	285	260
5			80	160	140	100	220	260
6				140		100		240
7				140		100		240
Cộng	700	700	660	1,080	700	700	1,360	1,780

Như vậy đối với dự án X thì:

$$\overline{Pr}X = \frac{0 + 660}{5} = 110$$

$$\overline{V}_{dt}X = \frac{700 + 700 + 560 + 420 + 280 + 140}{6} = 466,67$$

$$\overline{P}_vX = \frac{110}{466,67} = 23,57\%$$

Đối với dự án Y:

$$\overline{Pr}Y = \frac{0 + 1080}{8} = 135$$

$$\overline{V}_{dt}Y = \frac{700 + 700 + 600 + 500 + 400 + 300 + 200 + 100}{8} = 312,5$$

$$\overline{P}_vY = \frac{135}{312,5} = 43,2\%$$

Cả hai dự án đều có tỷ lệ sinh lời cao. Điều đó cho thấy hiệu quả của vốn đầu tư cao. Tuy nhiên, nếu chọn một trong hai dự án thì dự án Y sẽ được chọn.

b - Phương pháp thời gian hoàn vốn:

Thời gian hoàn vốn là thời gian cần thiết để thu hồi vốn đầu tư. Vì vậy phương pháp này xác định số năm cần thiết để đạt được mức thu nhập đủ hoàn lại vốn đầu tư. Mức thu nhập của dự án bao gồm lợi tức ròng, chi phí tài chính, khấu hao TSCĐ. Theo phương pháp này, phương án được chọn là phương án có thời gian hoàn vốn ngắn nhất.

Thí dụ 2: Căn cứ vào tài liệu sau ta có thể tính được thời gian hoàn vốn của hai dự án đầu tư như sau:

Năm	Số vốn được hoàn		Số dư vốn đầu tư cuối năm	
	Dự án X	Dự án Y	Dự án X	Dự án Y
0	-	-	700	700
1	285	260	415	440
2	285	260	130	180
3	285	260	-	-

Qua bảng trên có thể thấy thời gian hoàn vốn của dự án X là 2 năm 5 tháng rưỡi.
Còn thời gian hoàn vốn của dự án Y là 2 năm 8 tháng ngày.

Như vậy, nếu hai dự án X và Y nêu trên là xung khắc nhau thì sẽ chọn dự án X loại bỏ dự án Y.

2. PHƯƠNG PHÁP HIỆN TẠI HÓA:

a - Phương pháp hiện giá thuần ⁽¹⁾:

Theo phương pháp này, các khoản thu nhập đạt được trong tương lai kể cả vốn đầu tư đều phải quy về giá trị hiện tại theo một lãi suất nhất định (lãi suất này có thể là lãi vay ngân hàng, chi phí sử dụng vốn của doanh nghiệp). Trên cơ sở đó so sánh hiện giá của thu nhập và vốn đầu tư. Nếu hiện giá này dương chứng tỏ dự án có hiệu quả. Công thức tính như sau:

$$NPV = PV_{CF} - PV_{dt}$$

$$PV_{CF} = \frac{CF_1}{1+i} + \frac{CF_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{CF_n}{(1+i)^n}$$

$CF_1, CF_2, \dots, CF_n$: lần lượt là mức thu nhập của các năm thứ 1, 2, ..., n của dự án.

PV_{CF} : Tổng hiện giá của các khoản thu nhập dự kiến đạt được trong n năm của dự án.

PV_{dt} : Tổng hiện giá vốn đầu tư trong n năm của dự án.

Thí dụ 3: Căn cứ vào thí dụ trên, với lãi suất chiết khấu 20%/năm, hiện giá thuần của 2 dự án được tính như sau:

$$NPV_X = 285 \times \frac{1 - (1+0,2)^{-4}}{20\%} + 220(1+20\%)^{-5} - 700 = 126,2$$

$$NPV_Y = 260 \times \frac{1 - (1+0,2)^{-5}}{20\%} + 240(1+0,2)^{-6} + 240(1+0,2)^{-7} - 1.000 = 224,91$$

Hiện giá thuần của hai dự án đều dương, điều đó chứng tỏ cả hai dự án đều có hiệu quả cao. Nếu chỉ chọn một trong hai dự án thì dự án Y có hiệu quả cao nhất nên được chọn, loại bỏ dự án X.

Như vậy, theo phương pháp này tiêu chuẩn để lựa chọn là $NPV > 0$ và $NPV \rightarrow \text{Max}$

Phương pháp này khắc phục được nhược điểm của các phương pháp trên - đã chú ý đến lưu lượng tiền lãi và thời giá tiền tệ.

⁽¹⁾ Hiện giá thuần hay hiện giá ròng (NET PRESENT VALUE - NPV)

b - Phương pháp tỷ suất doanh lợi nội bộ (IRR):

Tỷ suất doanh lợi nội bộ là lãi suất riêng của dự án. Với lãi suất này thì tổng hiện giá của các khoản thu nhập trong tương lai của dự án bằng tổng hiện giá của vốn đầu tư. Điều đó cũng có nghĩa là với lãi suất này thì hiện giá thuần sẽ bằng không (0).

$$\text{Tức là: } NPV = PV_{CF} - PV_{dt} = 0$$

$$\text{Suy ra } PV_{CF} = PV_{dt}$$

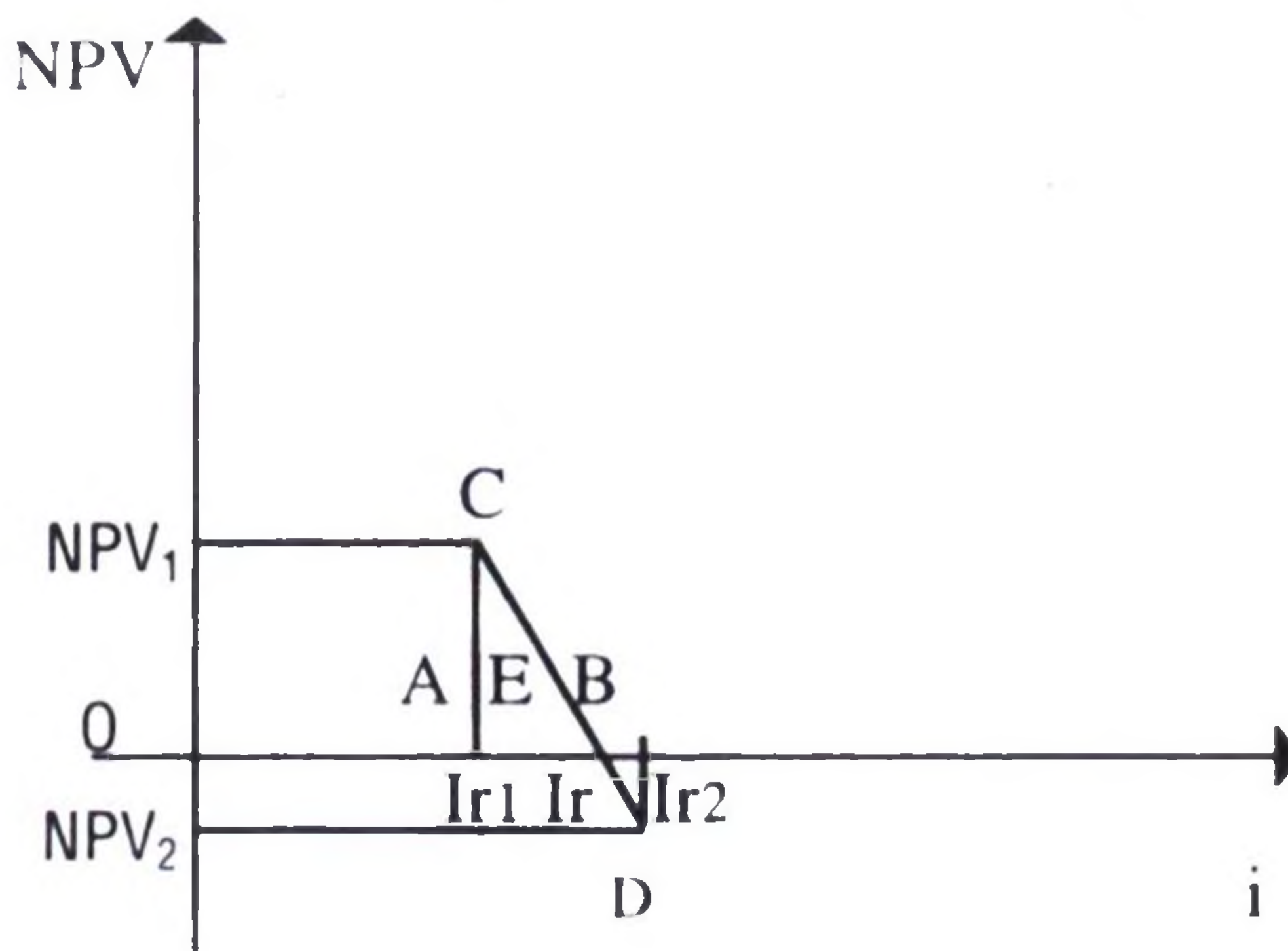
$$\text{hay } PV_{dt} = \frac{CF_1}{1+Ir} + \frac{CF_2}{(1+Ir)^2} + \dots + \frac{CF_n}{(1+Ir)^n}$$

Trong đó:

Ir: là tỷ suất doanh lợi nội bộ (còn ký hiệu là IRR), tỷ suất này được tính theo phương pháp nội suy hay theo công thức sau:

$$Ir = IRR = I_{r1} + (I_{r2} - I_{r1}) \frac{NPV_1}{NPV_1 + |NPV_2|}$$

Dễ dàng chứng minh công thức trên như sau:



$$\text{Ta có } Ir = OE = OA + AE = Ir1 + AE$$

$$\text{Mà: } \frac{AE}{EB} = \frac{AC}{BD} \quad (1)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{AE}{AE + EB} = \frac{AC}{AC + BD}$$

$$\text{Hay } \frac{AE}{AB} = \frac{AC}{AC + BD}$$

$$\text{Hay: } \frac{AE}{AC + BD} = (Ir2 - Ir1) \frac{NPV_1}{NPV_1 + |NPV_2|}$$

$$\text{Tức là: } Ir = Ir1 + (Ir2 - Ir1) \frac{NPV_1}{NPV_1 + |NPV_2|}$$

Trong đó:

$Ir1$: tỷ lệ lãi suất khi NPV_1 dương nhưng gần bằng không.

$Ir2$: tỷ lệ lãi suất khi NPV_2 âm nhưng gần bằng không.

Thí dụ 4:

Căn cứ vào số liệu ở thí dụ 2, có thể tính được tỷ suất doanh lợi nội bộ của từng dự án X và Y như sau:

Đối với dự án X:

Nếu lãi suất 28% thì:

$$NPV_x = 285 \times \frac{1 - (1 + 28\%)^{-4}}{28\%} + 220(1 + 28\%)^{-4} - 700 = 2,704$$

Nếu lãi suất 28,5% thì: $NPV_x = -3,972$

$$NPV_y = 260 \times \frac{1 - (1 + 0,2)^{-5}}{20\%} + 240(1 + 0,2)^{-5} + 240(1 + 0,2)^{-7} - 1.000 = 5,05$$

Như vậy tỷ suất doanh lợi nội bộ của dự án X là:

$$Ir = 28\% + (28,5\% - 28\%) \times \frac{2,704}{2,704 + |-3,972|} = 28,2\%$$

Tương tự đối với dự án Y, tỷ suất doanh lợi nội bộ của dự án là:

$$Ir = 31\% + (32\% - 31\%) \times \frac{5,05}{5,05 + |-10,506|} = 31,32\%$$

Tóm lại, cả hai dự án X và Y đều có tỷ suất doanh lợi nội bộ cao. Nếu chọn một trong hai dự án trên thì dự án Y sẽ được chọn.

Theo phương pháp này, những phương án có thể chọn là những phương án thỏa mãn những điều kiện sau đây:

Tỷ suất doanh lợi nội bộ > Lãi suất ngân hàng > Tỷ lệ lạm phát

B- LỰA CHỌN DỰ ÁN ĐẦU TƯ TRONG ĐIỀU KIỆN CÓ BẤT TRẮC:

Thời gian đầu tư càng lâu dài thì mức độ rủi ro càng lớn. Bỏ

vốn ra đầu tư là đã chấp nhận mạo hiểm. Thường những dự án nào có mức độ mạo hiểm cao thì lãi suất (nếu có) càng lớn. Bởi vì lãi suất này bao gồm 2 bộ phận:

- Lãi suất trong điều kiện bình thường (không có rủi ro) như lãi suất trái phiếu Nhà nước.
- Phần bồi thường (bù đắp) rủi ro.

Có rất nhiều khái niệm về rủi ro:

- Rủi ro là tình huống trong đầu tư hay trong kinh doanh mà tại đó những sự cố không tốt đẹp xảy ra gây thua lỗ.
- Rủi ro là khả năng xuất hiện các khoản thiệt hại.
- Rủi ro được sử dụng với ý nghĩa thay thế qua lại lẫn nhau với thuật ngữ không chắc chắn ...

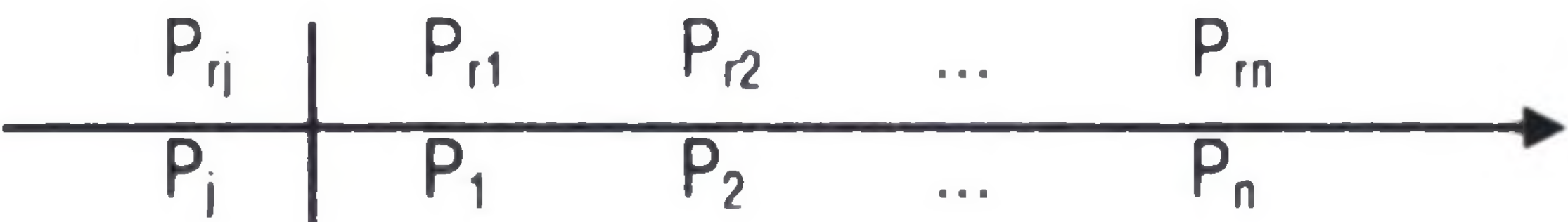
Đo lường độ rủi ro của từng dự án có thể dùng phương pháp:

- ❖ **Vận dụng toán xác suất thống kê.**
- ❖ **Vận dụng kinh nghiệm.**

Lợi nhuận của DN thường phụ thuộc rất nhiều vào tình trạng kinh tế: khủng hoảng, bình thường, phát triển... Vì vậy, cần xác định xác suất lợi nhuận có thể đạt được trong từng điều kiện. Liệt kê kết quả tất cả các khả năng có thể xảy ra với xác suất tương ứng ta có **bảng phân phối xác suất**. Đây là xác suất rời rạc. Tổng của các xác suất là 100%. Tuy nhiên, từ tình trạng kinh tế bình thường lên phát triển trải qua rất nhiều bước trung gian, các sự kiện này liên tục, lúc đó bảng phân phối xác suất được thay bằng **hàm phân phối xác suất**.

Phân phối xác suất là một mô hình liên kết giữa xác suất và tỷ suất sinh lợi (hay lợi nhuận) ở các tình huống.

Giả sử ta có bảng phân phối xác suất về lãi ròng của dự án như sau:



Với: $\sum_{j=1}^n P_j = 1$

Để đo lường mức độ rủi ro cần xác định mức độ tập trung hay phân tán của các đại lượng qua chỉ tiêu kỳ vọng toán học (số trung bình) như sau:

$$\bar{P}_r = \sum_{j=1}^n P_{rj} \cdot P_j$$

Và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n (P_{rj} - \bar{P}_r)^2 \cdot P_j}$

Thông thường dự án nào có độ lệch chuẩn cao thì có rủi ro cao.

Thí dụ 5:

Bảng phân phối xác suất về tỷ lệ sinh lời hàng năm của dự án A như sau:

P'_j	13%	15%	17%
P_j	25%	50%	25%

Bảng phân phối xác suất của dự án B

P'_j	7%	15%	23%
P_j	25%	50%	25%

Căn cứ vào ví dụ trên có thể xác định rủi ro của từng dự án như sau:

Lãi suất kỳ vọng:

$$\bar{P}_rA = (13\% \cdot 25\%) + (15\% \cdot 50\%) + (17\% \cdot 25\%) = 15\%$$

$$\bar{P}_rB = (7\% \cdot 25\%) + (15\% \cdot 50\%) + (23\% \cdot 25\%) = 15\%$$

Độ lệch chuẩn

$$\sigma_A = \sqrt{(15\% - 13\%)^2 \cdot 25\% + (15\% - 15\%)^2 \cdot 50\% + (17\% - 15\%)^2 \cdot 25\%} = 0,02\%$$

$$\sigma_B = \sqrt{(15\% - 7\%)^2 \cdot 25\% + (15\% - 15\%)^2 \cdot 50\% + (23\% - 15\%)^2 \cdot 25\%} = 0,32\%$$

Chú ý: Trong trường hợp đồng xác suất thì độ lệch tiêu chuẩn

được tính đơn giản như sau: $\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n \frac{(P_{rj} - \bar{P}_r)^2}{n - 1}}$

Chú ý: Những dự án nào có vốn đầu tư lớn thì có thể độ lệch lớn chứ chưa hẳn là mức độ rủi ro cao. Vì vậy, khi so sánh những dự án có đời sống hoặc vốn đầu tư quá sai biệt cần chú ý đến đặc điểm này.

Trong trường hợp đó phải tính thêm hệ số biến động (hệ số độ lệch tiêu chuẩn) để xác định mức rủi ro của các dự án. Cách tính như sau:

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{Pr}}$$

Thí dụ 6: Xét 2 dự án đầu tư A và B, cả 2 có lãi suất mong đợi khác nhau và độ lệch tiêu chuẩn cũng khác nhau như sau:

	Phương án A	Phương án B
Lãi suất kỳ vọng	40%	20%
Độ lệch tiêu chuẩn	10%	8%

Nếu chỉ nhìn vào độ lệch tiêu chuẩn $\sigma_B < \sigma_A$ và chọn phương án B là hoàn toàn không chính xác vì tỷ suất lãi mong đợi của phương án A lớn hơn phương án B.

Hợp lý hơn ta tính hệ số biến động (CV)

$$CV_A = \frac{10\%}{40\%} = 25\%$$

$$CV_B = \frac{8\%}{20\%} = 40\%$$

Tính trên 1% lãi suất mong đợi, hệ số biến động của phương án B lớn hơn. Điều đó có nghĩa dù phương án A có độ lệch tiêu chuẩn rộng hơn song thực sự phương án B lại mang nhiều tính rủi ro hơn.

Tóm tắt: Để đo lường mức độ rủi ro của các phương án đầu tư

- ❖ So sánh 2 phương án có cùng tỷ suất lãi mong đợi, phương án nào có độ lệch tiêu chuẩn (σ) lớn hơn, phương án đó mang tính rủi ro cao hơn.
- ❖ So sánh 2 phương án có tỷ suất lãi mong đợi khác nhau, tính hệ số biến động. Phương án nào có hệ số biến động cao hơn, phương án đó nhiều rủi ro hơn.

2. Lựa chọn dự án đầu tư trong điều kiện có rủi ro:

Trong điều kiện có rủi ro, việc chọn dự án nào để đầu tư tùy thuộc vào tính cách của chủ đầu tư:

- ❖ Chỉ đầu tư vào những dự án nào ít rủi ro nhất.
- ❖ Có thể đầu tư vào mọi dự án nếu tỷ suất sinh lợi đủ khả năng kích thích nhà đầu tư (lãi suất bù đắp rủi ro thỏa đáng với mức độ rủi ro của dự án).

Thí dụ 7:

Công ty ABC đang có hai dự án đầu tư xung khắc nhau. vốn đầu tư vào mỗi dự án là 1.000 triệu đồng, bỏ vốn theo phương thức chia khoá trao tay, đời sống của mỗi dự án cùng là 10 năm. Lãi ròng hàng năm của từng dự án như sau:

Đơn vị tính: 1.000.000 đồng

Dự án X:	P_{rj}	50	80	130
	P_i	20%	50%	30%
Dự án Y:	P_{rj}	30	120	210
	P_j	20%	50%	30%

Yêu cầu: Hãy tính toán giúp công ty ABC lựa chọn dự án hợp lý?

Biết rằng:

- + Dự án nào có mức rủi ro cao thì tỷ lệ sinh lời phải cao hơn ít nhất 5% so với dự án có mức rủi ro thấp mới có thể chấp nhận được.
- + Công ty khấu hao theo phương pháp tuyến tính cố định.
- + Giá trị còn lại của vốn đầu tư không đáng kể.

GIẢI

Lãi ròng kỳ vọng của:

Dự án X: $\overline{P_r} = 50 \times 20\% + 80 \times 50\% + 130 \times 30\% = 89$

Dự án Y: $\overline{P_r} = 30 \times 20\% + 120 \times 50\% + 210 \times 30\% = 129$

Độ lệch tiêu chuẩn:

Dự án X:

$$\sigma = \sqrt{(50 - 89)^2 20\% + (100 - 89)^2 50\% + (130 - 89)^2 30\%} = 29,138$$

Dự án Y:

$$\sigma = \sqrt{(30-129)^2 20\% + (120-129)^2 50\% + (210-129)^2 30\%} = 63$$

Như vậy dự án Y có mức độ rủi ro cao hơn dự án X.

Khấu hao hàng năm của mỗi dự án là $1.000/10 = 100$

Thu nhập (dòng tiền) kỳ vọng hàng năm của:

Dự án X: $100 + 89 = 189$

Dự án Y: $100 + 129 = 229$

Tỷ suất doanh lợi nội bộ của:

$$\text{Dự án X: } NPV = 189 * \frac{1 - (1 + i)^{-10}}{i} - 1.000 = 0$$

Dùng phương pháp nội suy tính được $i = IRR = 13,64\%$

$$\text{Dự án Y: } NPV = 229 * \frac{1 - (1 + i)^{-10}}{i} - 1.000 = 0$$

Dùng phương pháp nội suy tính được $i = IRR = 18,82\%$

Vì $IRR_Y - IRR_X = 18,82\% - 13,64\% = 5,18\% > 5\%$

Nhận xét:

❖ Đối với nhà đầu tư sợ rủi ro sẽ chọn dự án X và loại bỏ dự án Y.

❖ Đối với nhà đầu tư thích mạo hiểm: Mặc dù dự án Y có mức độ rủi ro cao hơn dự án X nhưng dự án Y có IRR cao hơn nhiều so với dự án X phần này đủ bù đắp rủi ro nên kích thích nhà đầu tư. Nhà đầu tư sẽ chọn dự án Y và loại bỏ dự án X.

BÀI TẬP

Bài 1: Anh Mẫn mua 1 căn nhà giá 1.000.000.000 đồng trả ngay bằng tiền mặt, chi phí tu sửa 100.000.000 đồng. Ngay sau đó có người hỏi thuê. Hợp đồng thuê như sau:

- Thời gian thuê 4 năm.
- Tiền thuê trả mỗi năm một lần là 200.000.000 đồng vào đầu năm.
- Cuối mỗi năm anh Mẫn phải sửa chữa nhỏ và phải nộp thuế là 50.000.000 đồng.

Khi hết hạn thuê người thuê muốn mua lại căn nhà trên giá là 1.500.000.000 đồng. Thấy được giá anh Mẫn đồng ý. Hãy tính tỷ suất sinh lợi bình quân của đầu tư trên?

Bài 2: Ông B mua 120 trái phiếu của Công ty ĐA LỘC giá phát hành 100.000 đồng/trái phiếu lãi 12,5% trả hàng năm, mệnh giá 110.000 đồng/trái phiếu. Sau 3 năm kể từ ngày mua trái phiếu, giá trái phiếu của công ty ĐA LỘC tăng lên là 108.000 đồng/trái phiếu nên ông B quyết định bán toàn bộ số trái phiếu trên (sau khi nhận lãi lần thứ 3)? Hãy tính tỷ suất lợi tức của khoản đầu tư trên?

Bài 3: Ông B mua 20 cổ phiếu của Công ty Đa Lợi giá 100.000đồng/cổ phiếu. Năm sau ông B được chia cổ tức 20.000đồng/cổ phiếu, năm sau cổ tức được trả tăng 10%. Sau 2 năm kể từ ngày mua cổ phiếu, giá cổ phiếu của công ty Đa Lợi tăng lên là 140.000đồng/cổ phiếu nên ông B quyết định bán toàn bộ số cổ phiếu trên (sau khi nhận cổ tức)? Tính tỷ suất lợi tức của khoản đầu tư trên?

Bài 4: Anh Mẫn mua 1 căn nhà giá 1.000.000.000 đồng trả ngay bằng tiền mặt, chi phí tu sửa 250.000.000 đồng. Ngay sau đó có người hỏi thuê. Hợp đồng thuê như sau:

- Thời gian thuê 4 năm.

- Tiền thuê trả mỗi năm một lần là 200.000.000 đồng vào đầu năm.
- Cuối mỗi năm anh Mẫn phải sửa chữa nhỏ và phải nộp thuế là 50.000.000 đồng.

Khi hết hạn thuê người thuê muốn mua lại căn nhà trên. Anh Mẫn đồng ý nếu đạt được tỷ suất doanh lợi (IRR) là 20%. Hãy tính hộ người thuê giá mà anh Mẫn đòi là bao nhiêu?

Bài 5: Ông X mua căn nhà trả góp. Phương thức trả như sau: ngay khi nhận nhà phải trả 350.000.000 đồng, mỗi năm sau phải trả đều đặn 100.000.000 đồng (trả liên tục trong 10 năm sau khi nhận nhà là hết nợ).

- 1/ Tính lãi suất ngầm của khoản mua chịu trên? Biết rằng nếu trả tiền ngay ông X chỉ trả 1.000.000.000 đồng.
- 2/ Nếu với lãi suất đó, Ông X muốn trả một lần vào thời điểm 3 năm sau khi nhận nhà thì phải trả giá bao nhiêu?

Bài 6: Doanh nghiệp X dự kiến đầu tư vào một trong hai dự án có mức sinh lời cao nhưng rủi ro cũng nhiều. Tài liệu về cả hai dự án như sau:

- Vốn đầu tư ban đầu của cả hai dự án: 100 tỷ đồng/dự án.
- Đời sống mỗi dự án: 10 năm. Khấu hao theo phương pháp tuyến tính cố định.
- Lãi ròng được cho bởi phân phối xác suất như sau:

Dự án X:

Lãi ròng (tỷ đồng)	2	14	19
Xác suất	25%	55%	20%

Dự án Y:

Lãi ròng (tỷ đồng)	6	10	14
Xác suất	25%	55%	20%

Yêu cầu: Hãy tính toán giúp doanh nghiệp X lựa chọn dự án hợp lý?

Biết rằng: dự án nào có mức rủi ro cao thì tỷ lệ sinh lời phải cao hơn ít nhất 2,5% so với dự án có mức rủi ro thấp mới có thể chấp nhận được.

Bài 7: Căn cứ thí dụ 1 trong bài học? Hãy tính:

- a- Hiện giá thuần của dự án nếu $i = 12\%$?
- b- Tỷ suất doanh lợi nội bộ (IRR) của dự án?

Bài 8: Công ty X nhập thiết bị của Mỹ. Tổng giá thanh toán 200.000USD theo phương thức thanh toán như sau: Ngay khi giao hàng trả 40% trên tổng tiền thanh toán, số còn lại trả dần đều nhau trong 6 năm (mỗi năm trả 1 lần), lần trả đầu tiên trong đợt này là 2 năm sau khi giao hàng. Yêu cầu hãy tính lãi suất ngầm của khoản mua chịu trên? Biết rằng, nếu mua trả tiền ngay chỉ trả 156.000 USD.

Bài 9: Có 3 dự án đầu tư như sau (đơn vị tính:1.000.000đồng)

Năm	Vốn đầu tư			Thu nhập hoàn vốn		
	DA. A	D.A. B	D.A. C	D.A. A	DA. B	DA C
0	5.000	3.000	2.000	-	-	-
1	-	2.000	3.000	2.000	-	-
2	-	-	-	2.200	1.500	2.000
3	-	-	-	2.500	2.500	2.500
4	-	-	-	2.000	3.000	2.500
5	-	-	-	1.800	3.000	2.500
6	-	-	-	1.000	2.000	2.500
Cộng	5.000	5.000	5.000	10.500	12.000	12.500

- a) Tính hiện giá thuần (NPV) của 3 dự án trên với lãi suất chiết khấu lần lượt là 12% và 15%?
- b) Dùng phương pháp tính IRR, lựa chọn dự án đầu tư trong 3 dự án trên?

Chương 9

ĐỊNH GIÁ CHỨNG KHOÁN

I. CÁC KHÁI NIỆM VỀ CHỨNG KHOÁN:

A- Các loại chứng khoán:

1. Trái phiếu (bond) là công cụ nợ dài hạn do người vay phát hành (chính phủ hoặc công ty phát hành) nhằm huy động vốn dài hạn, xác nhận số nợ phải trả trong một thời gian nhất định theo một lãi suất cố định. Trái phiếu do chính phủ phát hành gọi là trái phiếu chính phủ (government bond). Trái phiếu do công ty phát hành gọi là trái phiếu công ty (corporate bond).

Trái phiếu gồm có các loại sau:

- Trái phiếu được hưởng lãi: Trên trái phiếu có ghi lãi suất (danh nghĩa).

- Trái phiếu không được hưởng lãi (zero-coupon bond): Trên trái phiếu không ghi lãi suất (danh nghĩa). Như vậy người phát hành trái phiếu này không cam kết trả lãi cho người mua trái phiếu. Người mua trái phiếu loại này nhận được tiền lãi là khoản tiền chênh lệch do mua bán trái phiếu. Nói khác đi, trái phiếu kỳ hạn không hưởng lãi là loại trái phiếu không có trả lãi định kỳ mà được bán với giá thấp hơn mệnh giá.

2. Cổ phiếu: Giấy chứng nhận quyền sở hữu một phần tài sản ở công ty cổ phần. Người chủ sở hữu cổ phiếu gọi là cổ đông. Như vậy, cổ phiếu chính là chứng thư chứng minh quyền sở hữu của cổ đông đối với một công ty cổ phần. Có hai loại cổ phiếu:

a- Cổ phiếu ưu đãi: được ưu tiên trả lãi trước cổ phiếu thường theo lãi suất cố định (gần giống như trái phiếu). Người có cổ phiếu ưu đãi mặc dù là chủ doanh nghiệp nhưng thông thường không có quyền quản lý doanh nghiệp.

b- Cổ phiếu thường (cổ phiếu phổ thông):

Cổ phiếu thường là giấy chứng nhận đầu tư vào công ty cổ phần. Người mua cổ phiếu thường được chia lợi nhuận hàng năm từ kết quả hoạt động của công ty và được sở hữu một phần giá trị công ty tương ứng với giá trị cổ phiếu họ đang nắm giữ.

Các cổ đông sở hữu cổ phiếu thường có quyền hạn và trách nhiệm đối với công ty như: Được chia cổ tức theo kết quả kinh doanh; Được quyền bầu cử, ứng cử vào bộ máy quản trị và kiểm soát công ty; Chịu trách nhiệm về sự thua lỗ hay phá sản tương ứng với phần vốn góp của mình.

B- Các loại giá trị:

1. *Mệnh giá (face value)* của chứng khoán là giá trị danh nghĩa ghi trên chứng khoán, ký hiệu C.

2. *Thị giá (market value)* là giá trị của chứng khoán hay tài sản đang giao dịch trên thị trường, ký hiệu P.

3. *Giá trị sổ sách (book value)*: Giá trị sổ sách của tài sản là giá trị kế toán của tài sản đó, nó bằng chi phí mua sắm tài sản trừ đi phần khấu hao tích lũy của tài sản đó. Giá trị sổ sách của doanh nghiệp hay công ty tức là giá trị toàn bộ tài sản của doanh nghiệp trừ đi giá trị các khoản nợ phải trả được liệt kê trên bảng cân đối kế toán của doanh nghiệp.

Giá trị sổ sách của
doanh nghiệp

=

Giá trị toàn bộ tài sản của
doanh nghiệp

-

Nợ phải trả

II. ĐỊNH GIÁ TRÁI PHIẾU

Định giá trái phiếu tức là quyết định giá trị lý thuyết của trái phiếu một cách chính xác và công bằng. ***Giá trị của trái phiếu được định giá bằng cách xác định hiện giá của toàn bộ thu nhập nhận được trong thời hạn hiệu lực của trái phiếu.***

1. Định giá trái phiếu có kỳ hạn được hưởng lãi:

Trái phiếu có kỳ hạn được hưởng lãi (nonzero coupon bond) là loại trái phiếu có xác định thời hạn đáo hạn và lãi suất được hưởng qua từng thời hạn nhất định. Khi mua loại trái phiếu này nhà đầu tư được hưởng lãi định kỳ, thường là hàng năm, theo lãi suất công bố (coupon rate) trên mệnh giá trái phiếu và được thu hồi lại vốn gốc bằng mệnh giá khi trái phiếu đáo hạn.

Trong đó:

$$P_0 = I \times \frac{1 - (1 + r_d)^{-n}}{r_d} + \frac{C}{(1 + r_d)^n}$$

C: Mệnh giá 1 trái phiếu.

I: Lãi của 1 trái phiếu

n : là số năm cho đến khi đáo hạn

r_d : Tỷ suất sinh lợi của trái phiếu (lãi suất kỳ vọng).

Ví dụ: Giả sử một trái phiếu có mệnh giá là 1.000\$, được hưởng lãi suất 10% trong thời hạn 9 năm trong khi nhà đầu tư đòi hỏi lãi suất là 12%/năm. Giá của trái phiếu này xác định như sau:

$$P_0 = 1.000 \times 10\% \frac{1 - (1 + 12\%)^{-9}}{12\%} + 1.000(1 + 12\%)^{-9} = 893,44$$

2. Định giá trái phiếu có kỳ hạn không hưởng lãi:

Phương pháp định giá loại trái phiếu này cũng tương tự như cách định giá loại trái phiếu kỳ hạn được hưởng lãi chỉ khác ở chỗ là lãi suất ở đây bằng không, nên toàn bộ hiện giá của phần lãi định kỳ bằng không. Do vậy, giá cả của trái phiếu không hưởng lãi được định giá như là hiện giá của mệnh giá khi trái phiếu đáo hạn.

$$P_0 = C(1 + r_d)^{-n}$$

Giả sử NH Đầu Tư và Phát Triển phát hành trái phiếu không trả lãi có thời hạn 3 năm và mệnh giá là 100.000 đồng. Nếu lãi suất đòi hỏi của nhà đầu tư là 12%, giá bán của trái phiếu này sẽ là:

$$P_0 = 100.000 \text{ đồng} (1 + 12\%)^{-3} = 71.178 \text{ đồng}$$

Nhà đầu tư bỏ ra 71.178 đồng để mua trái phiếu này, khi đáo hạn nhà đầu tư thu về được 100.000 đồng.

3. Định giá trái phiếu nửa năm trả lãi một lần:

Thông thường trái phiếu được trả lãi hàng năm một lần nhưng đôi khi cũng có loại trái phiếu trả lãi mỗi năm hai lần. Kết quả là mô hình định giá trái phiếu thông thường phải có một số thay đổi thích hợp để định giá trong trường hợp này.

$$P_0 = \frac{I}{2} \sum_{j=1}^{2n} (1 + r_{d2})^{-j} + \frac{C}{(1 + r_{d2})^{2n}} \quad \text{với} \quad r_{d2} = \sqrt{1 + r_d} - 1$$

Ví dụ: Kho bạc phát hành trái phiếu có mệnh giá 10 triệu đồng, kỳ hạn 5 năm, lãi suất 10%, nửa năm trả lãi 1 lần và nhà đầu tư đòi hỏi tỷ suất lợi nhuận 12,36% khi mua trái phiếu này. Giá trái phiếu sẽ là:

$$r_{d2} = \sqrt{1 + r_d} - 1 = \sqrt{1 + 12,36\%} - 1 = 6\%$$

$$P_0 = \frac{10 \times 10\%}{2} \times \frac{1 - (1 + 6\%)^{-2 \times 5}}{6\%} + 10(1 + 6\%)^{-2 \times 5} = 9,26$$

4. Phân tích sự biến động giá trái phiếu:

Trong mô hình định giá trái phiếu, các biến I và C không thay đổi sau khi trái phiếu được phát hành, song các biến n và r_d thường xuyên thay đổi theo thời gian và tình hình biến động của lãi suất trên thị trường. Để thấy được sự biến động của giá trái phiếu khi lãi suất thay đổi chúng ta lấy ví dụ phân tích như sau:

Ví dụ: Trái phiếu có mệnh giá 1.000\$ có thời hạn 15 năm , lãi suất i = 15%.

– Giá trái phiếu phát hành khi lãi suất trái phiếu bằng với lãi suất kỳ vọng của nhà đầu tư (i = r_d = 15%):

$$P_0 = 150 * \frac{1 - (1 + 15\%)^{-15}}{15\%} + 1.000(1 + 15\%)^{-15} = 1.000$$

– Giá TP 1 năm sau khi phát hành 15% = i > r_d = 10%

$$P_0 = 150 * \frac{1 - (1 + 10\%)^{-14}}{10\%} + 1.000(1 + 10\%)^{-14} = 1.368,31$$

– Giá TP 1 năm sau khi phát hành 15% = i < r_d = 20%

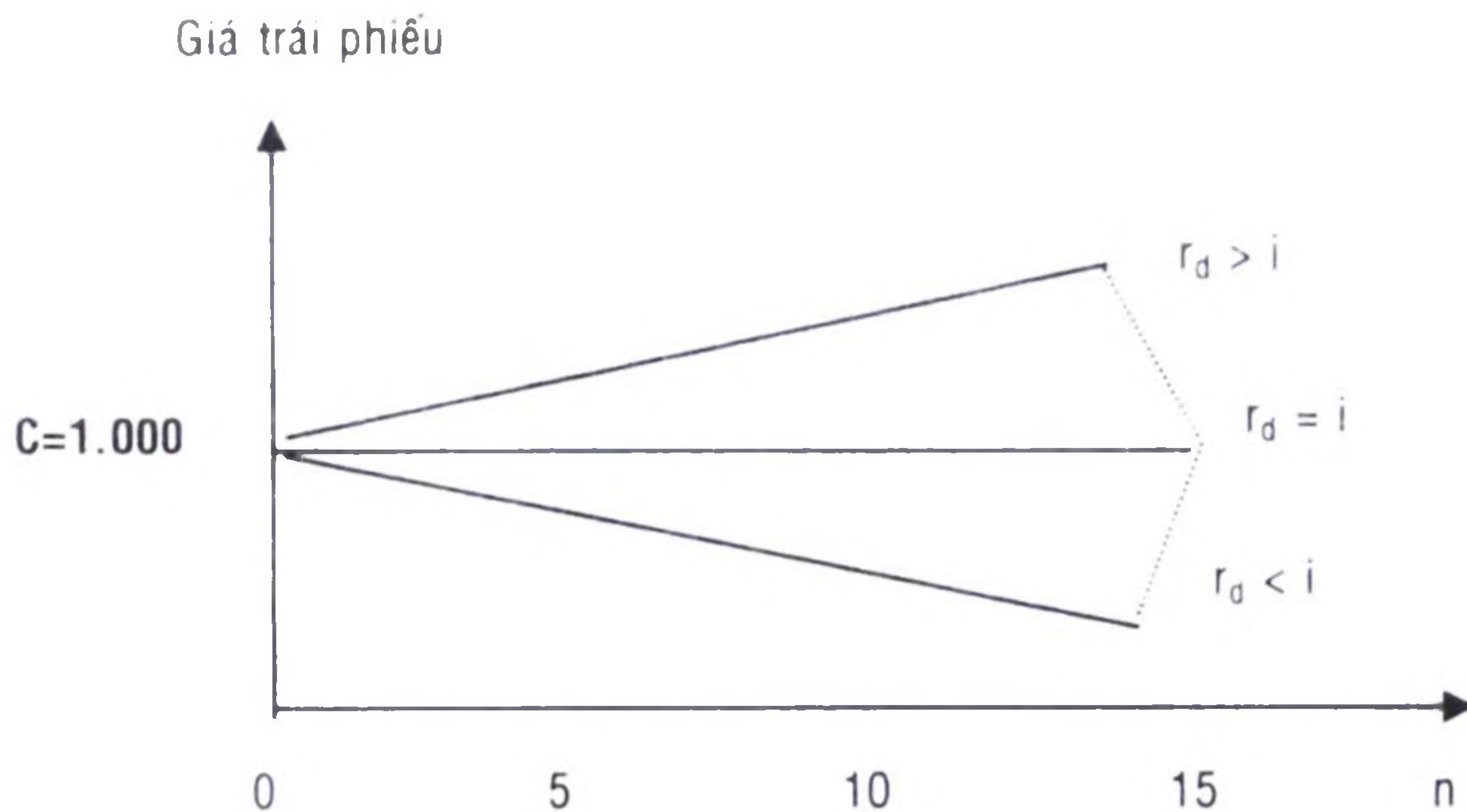
$$P_0 = 150 * \frac{1 - (1 + 20\%)^{-14}}{20\%} + 1.000(1 + 20\%)^{-14} = 769,47$$

Tính tương tự cho các trường hợp trái phiếu sau 5 năm, sau 10 năm và sau 14 năm phát hành với các lãi suất thị trường tương ứng là 5%, 10%, 15% và 20%.

Có thể tổng hợp tình hình giá trái phiếu căn cứ vào lãi suất thị trường và thời hạn còn lại của trái phiếu như sau:

Lãi suất thị trường	Giá trị trái phiếu			
	Trái phiếu 1 năm	Trái phiếu 5 năm	Trái phiếu 10 năm	Trái phiếu 14 năm
5%	1,095.24	1,432.95	1,772.17	1,989.86
10%	1,045.45	1,189.54	1,307.23	1,368.33
15%	1,000.00	1,000.00	1,000.00	1,000.00
20%	958.33	850.47	790.38	769.47

Có thể hình dung qua đồ thị sau:



Từ phân tích trên chúng ta có thể rút ra một số nhận xét sau đây:

1. Khi lãi suất trên thị trường bằng lãi suất trái phiếu thì giá trái phiếu bằng mệnh giá.
2. Khi lãi suất trên thị trường thấp hơn lãi suất trái phiếu thì giá trái phiếu sẽ cao hơn mệnh giá.
3. Khi lãi suất trên thị trường cao hơn lãi suất trái phiếu thì giá trái phiếu sẽ thấp hơn mệnh giá.
4. Lãi suất tăng làm cho giá trái phiếu giảm và ngược lại lãi suất giảm sẽ làm cho giá trái phiếu tăng.
5. Thị giá trái phiếu tiến dần đến mệnh giá của nó khi thời gian dần đến ngày đáo hạn.

Tóm lại: Giá trái phiếu phụ thuộc vào:

- Mệnh giá trái phiếu.
- Lãi suất danh nghĩa của trái phiếu.
- Lãi suất kỳ vọng của nhà đầu tư.
- Thời hạn của trái phiếu.
- Phương thức thanh toán.
- Loại trái phiếu.

III. ĐỊNH GIÁ CỔ PHIẾU:

1. Định giá cổ phiếu ưu đãi:

Cổ phiếu ưu đãi là loại cổ phiếu mà công ty phát hành cam kết

trả tỷ lệ cổ tức cố định hàng năm và không có tuyên bố ngày đáo hạn. Rõ ràng loại cổ phiếu này có những tính chất giống như trái phiếu vĩnh viễn. Do đó, giá cổ phiếu ưu đãi được xác định theo công thức sau:

$$P_0 = \frac{I_p}{r_p}$$

Trong đó I_p là cổ tức hàng năm của cổ phiếu ưu đãi và r_p là lãi suất kỳ vọng của nhà đầu tư.

Ví dụ: Giả sử REED phát hành cổ phiếu ưu đãi mệnh giá 100.000 đồng trả cổ tức 9% và nhà đầu tư muốn lãi suất đầu tư là 14%, giá cổ phiếu này sẽ là:

$$P_0 = 100.000 \times 9\% / 0,14 = 64.286 \text{ đồng}$$

2. Định giá cổ phiếu thường:

a- Mô hình chiết khấu cổ tức:

Đặc điểm của cổ phiếu là không có kỳ hạn thanh toán (vô hạn).

Khi định giá trái phiếu và cổ phiếu ưu đãi chúng ta thấy rằng giá trái phiếu và cổ phiếu ưu đãi chính là hiện giá dòng tiền tệ thu nhập tạo ra cho nhà đầu tư. Tương tự, giá cổ phiếu thường cũng được xem như là hiện giá dòng tiền tệ thu nhập tạo ra cho nhà đầu tư từ cổ phiếu. Do đó, mô hình định giá cổ phiếu thường nói chung có dạng như sau:

$$P_0 = \frac{I_1}{(1 + r_e)^1} + \frac{I_2}{(1 + r_e)^2} + \dots + \frac{I_n}{(1 + r_e)^n} + \frac{P_n}{(1 + r_e)^n} = \sum_{j=1}^n \frac{I_j}{(1 + r_e)^j} + \frac{P_n}{(1 + r_e)^n}$$

Trong đó:

- I_j là cổ tức được chia ở thời kỳ j
- r_e là lợi nhuận mong đợi của nhà đầu tư.
- P_n : Giá cổ phiếu mà nhà đầu tư dự kiến bán lại vào thời điểm n

Ví dụ: Ông Ba mua cổ phiếu của công ty A, dự kiến cổ tức trong năm tới sẽ được chia là 1.500 đồng/cổ phiếu và giá của cổ phiếu này vào cuối năm sau là 19.000 đồng/cổ phiếu. Hỏi ông Ba có thể mua cổ phiếu trên giá bao nhiêu?

$$P_0 = \frac{1.500 + 19.000}{1 + 14\%} = 17.983 \text{ đồng}$$

Đây chính là mô hình chiết khấu cổ tức

Mô hình chiết khấu cổ tức được thiết kế để tính giá trị lý thuyết (intrinsic value) của cổ phiếu thường. Mô hình này được Mereill Lynch, CS First Boston và một số ngân hàng đầu tư khác sử dụng với giả định:

- Biết được động thái tăng trưởng của cổ tức.
- Biết trước tỷ suất chiết khấu (lãi suất kỳ vọng của nhà đầu tư).

Vì vậy, từ công thức định giá cổ phiếu tổng quát kết hợp với động thái tăng trưởng cổ tức có thể xác định được giá cổ phiếu như sau:

❖ Trường hợp tốc độ tăng trưởng cổ tức không đổi theo tỷ lệ g :

Trong trường hợp này mô hình định giá cổ phiếu như sau:

$$P_0 = \frac{I_0(1+g)}{(1+r_e)^1} + \frac{I_0(1+g)^2}{(1+r_e)^2} + \dots + \frac{I_0(1+g)^n}{(1+r_e)^n}$$

$$P_0 = \frac{I_1}{1+r_e} \left[1 + \frac{(1+g)}{(1+r_e)} + \frac{(1+g)^2}{(1+r_e)^2} + \dots + \frac{(1+g)^n}{(1+r_e)^n} + \dots \right]$$

Vì n vô hạn và $(1+g)/(1+r_e) < 1$ nên:

$$P_0 = \frac{I_1}{r_e - g} = \frac{I_0(1+g)}{r_e - g}$$

Trong đó g tốc độ tăng trưởng cổ tức. I_1 là cổ tức được chia ở thời điểm $j = 1$.

Công thức tính tỷ suất sinh lợi đòi hỏi của nhà đầu tư:

$$r_e = \frac{I_1}{P_0} + g$$

Ví dụ: Công ty NKN vừa chia cổ tức là 20.000đồng/cổ phiếu. Cổ tức này được kỳ vọng tăng 5% trong tương lai. Hỏi giá cổ phiếu là bao nhiêu nếu nhà đầu tư đòi hỏi lãi suất là 15%?

$$P_0 = I_1 / (r_e - g) = 20.000(1+5\%) / (15\% - 5\%) = 210.000 \text{ đồng}$$

❖ Trường hợp tốc độ tăng trưởng cổ tức bằng không ($g = 0$)

Đây là trường hợp đặc biệt, cách tính tương tự như đối với cổ phiếu ưu đãi.

$$P_0 = \frac{I}{r_c}$$

Mặc dù ít khi có cổ phiếu nào có tốc độ tăng trưởng bằng 0 mãi nhưng với những cổ phiếu nào có cổ tức duy trì ổn định trong một thời gian dài thì có thể áp dụng để xác định gần đúng giá cổ phiếu.

❖ **Trường hợp tốc độ tăng trưởng cổ tức thay đổi:**

Giả sử công ty chia cổ tức theo hai giai đoạn tăng trưởng. Ta có:

$$P_0 = \sum_{j=1}^{j_1} \frac{I_0(1+g_1)^j}{(1+r_c)^j} + \sum_{j=j_1+1}^{\infty} \frac{I_{j_1}(1+g_2)^{j-j_1}}{(1+r_c)^j}$$

Trong đó:

g_1 : Tốc độ tăng trưởng cổ tức trong giai đoạn từ 1 đến j_1 .

g_2 : Tốc độ tăng trưởng cổ tức trong giai đoạn từ j_1+1 đến ∞ .

Ví dụ: giả sử một cổ phiếu trả cổ tức hiện tại $I_0 = 2\$$, tốc độ tăng trưởng cổ tức trong 5 năm tới là 10% và 6% cho những năm tiếp theo đó, ngoài ra nhà đầu tư đòi hỏi lợi suất đầu tư là 14%. Áp dụng công thức, giá cổ phiếu này được xác định như sau:

$$\begin{aligned} P_0 &= \sum_{j=1}^5 \frac{2(1+10\%)^j}{(1+0,14)^j} + \sum_{j=6}^{\infty} \frac{I_5(1+6\%)^{j-5}}{(1+14\%)^j} \\ &= 2 * 1,1 * \frac{\left(\frac{1,1}{1,14}\right)^5 - 1}{1,1 - 1,14} + \frac{2(1+10\%)^5}{14\% - 6\%} * \frac{(1+6\%)}{(1+14\%)^5} = 31,16 \end{aligned}$$

b- Mô hình định giá tài sản vốn (capital asset pricing model):

– **Khái niệm:** Mô hình định giá tài sản vốn (Capital asset pricing model - CAPM) là mô hình mô tả mối quan hệ giữa rủi ro và lợi nhuận kỳ vọng. Trong mô hình này, lợi nhuận kỳ vọng bằng lợi nhuận không rủi ro (risk-free) cộng với một khoản bù đắp rủi ro dựa trên cơ sở rủi ro toàn hệ thống của chứng khoán đó.

– Những giả định:

↓ **Thị trường vốn là thị trường hiệu quả và hoàn hảo:** nhà đầu tư được cung cấp thông tin đầy đủ, kịp thời, chi phí giao dịch không đáng kể, không có những hạn chế về đầu tư và không có nhà đầu tư nào đủ khả năng đầu cơ làm ảnh hưởng đến giá cổ phiếu.

↓ **Nhà đầu tư nắm giữ chứng khoán trong thời hạn thường là 1 năm và có 2 cơ hội đầu tư:** đầu tư vào chứng khoán không rủi ro và đầu tư vào danh mục cổ phiếu trên thị trường (Portfolio).

↓ **Nhà đầu tư ngại rủi ro:** muốn đầu tư lợi nhuận kỳ vọng phải đủ bù đắp rủi ro.

– Nội dung mô hình:

Mô hình định giá tài sản vốn cho rằng suất sinh lời kỳ vọng của cổ đông thường phụ thuộc vào:

❖ Lãi suất phi rủi ro (r_f) – có thể xem lãi suất trái phiếu chính phủ là phi rủi ro.

❖ Lãi suất đền bù rủi ro thị trường ($r_M - r_f$).

❖ Rủi ro hệ thống của tài sản đầu tư (cổ phiếu) so với rủi ro bình quân của thị trường, được gọi là hệ số bê-ta.

Lợi nhuận kỳ vọng của một chứng khoán có quan hệ đồng biến với rủi ro của chứng khoán đó, nghĩa là nhà đầu tư kỳ vọng chứng khoán rủi ro cao sẽ có lợi nhuận cao và ngược lại. Hay nói khác đi, nhà đầu tư giữ chứng khoán có rủi ro cao chỉ khi nào lợi nhuận kỳ vọng đủ lớn để bù đắp rủi ro.

Giả sử rằng thị trường tài chính hiệu quả và nhà đầu tư đa dạng hoá danh mục đầu tư sao cho rủi ro không hệ thống không đáng kể. Như vậy, chỉ còn rủi ro hệ thống ảnh hưởng đến lợi nhuận của cổ phiếu. Cổ phiếu có bê-ta càng lớn thì rủi ro càng cao, do đó, đòi hỏi lợi nhuận cao để bù đắp rủi ro. Theo mô hình CAPM mối quan hệ giữa lợi nhuận và rủi ro được diễn tả bởi công thức sau:

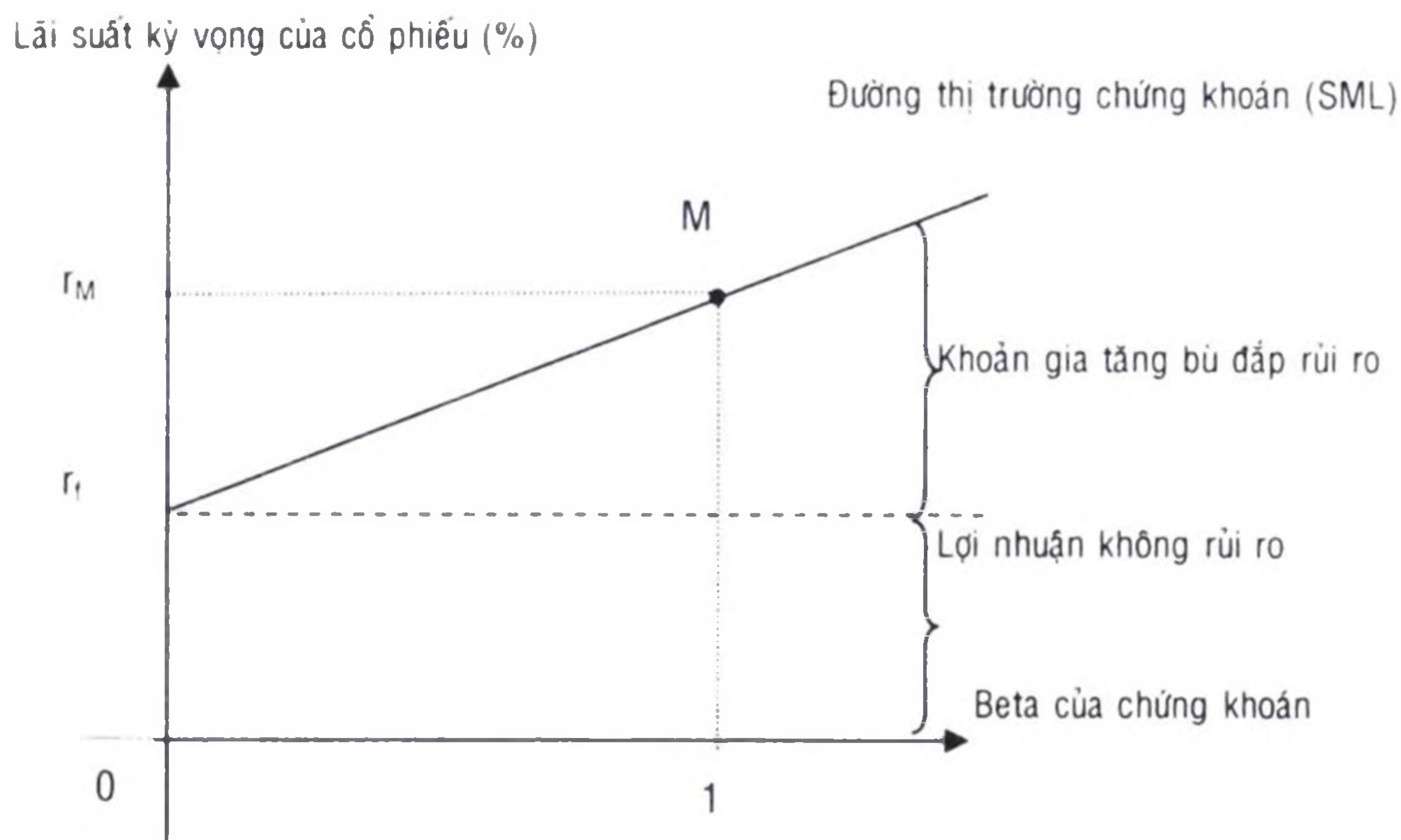
$$r_e = r_f + (r_M - r_f)\beta$$

r_M : Lãi suất thị trường.

β : hệ số đo lường mức độ biến động lợi nhuận cổ phiếu cá biệt

so với mức độ biến động lợi nhuận danh mục cổ phiếu thị trường (hệ số đo lường rủi ro của chứng khoán). Do đó, lợi nhuận kỳ vọng của một chứng khoán có quan hệ với hệ số β của nó.

Phương trình biểu diễn nội dung mô hình CAPM, có dạng hàm số bậc nhất $y = b + ax$ với biến phụ thuộc ở đây là r_e , biến độc lập là β và hệ số góc là $(r_M - r_f)$. Về mặt hình học, mối quan hệ giữa lợi nhuận kỳ vọng cổ phiếu và hệ số rủi ro beta được biểu diễn bằng đường thẳng có tên gọi là đường thị trường chứng khoán SML (security market line). Hình dưới đây mô tả quan hệ giữa lợi nhuận kỳ vọng của chứng khoán với hệ số β của nó.



Chú ý:

- Nếu $\beta = 0$ thì $r_e = r_f$. Không có rủi ro trong đầu tư.
- Nếu $\beta = 1$ thì $r_e = r_M$. Rủi ro của công ty (đầu tư) bằng với rủi ro thị trường.
- Nếu $\beta < 1$ thì $r_e < r_M$. Rủi ro của công ty (đầu tư) thấp hơn rủi ro thị trường.
- Nếu $\beta > 1$ thì $r_e > r_M$. Rủi ro của công ty (đầu tư) cao hơn rủi ro thị trường.

Ví dụ: Giả sử cổ phiếu của công ty A có hệ số beta là 1,5. Lãi suất không rủi ro là 7%/năm trong khi lợi nhuận thị trường là 13,4%. Vừa rồi cổ tức của công ty đã chia là 2.000 đồng/ cổ phiếu, cổ

tức của công ty tăng trưởng đều theo tỷ lệ 4,1%. Hãy định giá cổ phiếu của công ty A?

Áp dụng mô hình CAPM chúng ta có tỷ suất lợi nhuận kỳ vọng như sau:

$$r_e = 7\% + 1,5(13,4\% - 7\%) = 16,6\%$$

$$\text{Giá cổ phiếu công ty A là: } P_0 = \frac{2.000(1 + 4,1\%)}{16,6\% - 4,1\%} = 16.656 \text{ đồng}$$

c- Phương pháp định giá cổ phiếu theo tỷ số PE (Price-Earning ratio)

Phương pháp này đưa ra cách tính giá cổ phiếu rất đơn giản bằng cách lấy lợi nhuận kỳ vọng trên mỗi cổ phiếu nhân với tỷ số PE bình quân của ngành.

$$P_0 = PE * EPS$$

EPS – Earning per share: lợi nhuận kỳ vọng trên mỗi cổ phiếu.

Ví dụ một công ty kỳ vọng sẽ kiếm được lợi nhuận trên mỗi cổ phiếu là 10.000đồng trong năm tới và tỷ PE bình quân của ngành là 10 thì giá cổ phiếu sẽ là:

$$P_0 = 10.000\text{đồng} \times 10 = 100.000\text{đồng}$$

Cách tính này không được thoả đáng vì phải sử dụng tỷ số PE của ngành, do đó cần phải tính theo PE của công ty.

Tính tỷ số PE của công ty:

Gọi: y là tỷ lệ lợi nhuận để lại.

I_1 , E_1 lần lượt là cổ tức và lợi nhuận (thu nhập) kỳ vọng của 1 cổ phiếu ở thời điểm $j = 1$.

$$\text{Tỷ lệ phân phối cổ tức: } \frac{I_1}{E_1} = 1 - y \Rightarrow I_1 = (1 - y)E_1$$

$$P_0 = \frac{I_1}{r_e - g} = E_1 * \frac{1 - y}{r_e - g}$$

Mặt khác, ta có:

$$\Rightarrow PE = \frac{P_0}{E_1} = \frac{1 - y}{r_e - g}$$

Từ đó có thể tính trực tiếp giá trị cổ phiếu thường theo công thức sau:

$$P_0 = \frac{1 - y}{r_e - g} * E_1$$

Ví dụ: Cổ phiếu công ty VINAT có mệnh giá 100.000 đồng/cổ phiếu, lãi suất cổ đông kỳ vọng 20%, tốc độ tăng trưởng cổ tức 10%. EPS kỳ vọng = 70.000 đồng. Công ty sử dụng 50% lợi nhuận để trả cổ tức. Giá cổ phiếu công ty này sẽ là:

$$PE = (1 - y)/(r_e - g) = (1 - 50\%)/(0,2 - 0,1) = 5$$

$$P_0 = 70.000 \times 5 = 350.000 \text{ đồng}$$

$$\text{Hay tính trực tiếp: } P_0 = \frac{1-y}{r_e - g} * E_1 = 70.000 \times \frac{1-50\%}{20\% - 10\%} = 350.000 \text{ đồng}$$

BÀI TẬP

Bài 1: Ông B mua 200 cổ phiếu của Công ty Danh Lợi giá 20.000đồng/cổ phiếu. Năm sau ông B được chia cổ tức 3.000đồng/cổ phiếu, năm sau cổ tức được trả tăng 10%. Sau 2 năm kể từ ngày mua cổ phiếu, giá cổ phiếu của công ty Danh Lợi tăng lên là 24.000đồng/cổ phiếu nên ông B quyết định bán toàn bộ số cổ phiếu trên (sau khi nhận cổ tức)? Hãy tính tỷ suất lợi tức của khoản đầu tư trên?

Bài 2: Tại công ty cổ phần HHH có phát hành cổ phiếu ưu đãi và cổ phiếu thường.

Cổ phiếu ưu đãi có mệnh giá 100.000đ/cổ phiếu, lãi suất 11%/năm.

Cổ phiếu thường có mệnh giá 100.000đ/cổ phiếu, vừa rồi cổ tức được chia 15.000đ/cổ phiếu. Chính sách phân phối cổ tức của công ty các năm qua tăng đều 5% và dự kiến sẽ tăng đều như vậy trong tương lai.

Yêu cầu: Tính thị giá của cổ phiếu ưu đãi và cổ phiếu thường của công ty trên?

Biết rằng:

- + Lãi suất kỳ vọng của cổ đông ưu đãi là 11,65%/năm.
- + Lãi suất kỳ vọng của cổ đông thường là 14%/năm.

Bài 3: Trái phiếu có mệnh giá 1.000\$; lãi suất được hưởng 8%/năm và còn 10 năm nữa sẽ đáo hạn, hiện được bán với giá là 935\$. Lãi suất của trái phiếu này được trả theo nửa năm.

Yêu cầu:

- a) Không cần tính toán hãy trả lời xem lãi suất khi đáo hạn của trái phiếu này lớn hơn hay nhỏ hơn lãi suất của trái phiếu?
- b) Lãi suất khi đáo hạn của trái phiếu này là bao nhiêu?

giá trị là lãi suất (i) và thời gian ghép lãi (n). Vì vậy, muốn xác định giá trị của một hàm số nào đó mà bảng tính đã thiết lập chỉ cần tra theo toạ độ dòng (n) và cột (i) cần tìm.

Ví dụ 1: muốn xác định hàm số $(1+4,5\%)^{10}$ là bao nhiêu ta có thể tra bảng tính tài chính 1 theo dòng n = 10 và cột i=4,5%. Tại toạ độ này ta thấy số 1,55297. Kết luận $(1+4,5\%)^{10} = 1,55297$

Bảng 1

$(1 + i)^n$

	0.5%	1.0%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	3.5%	4.0%	4.5%
1	1.00500	1.01000	1.01500	1.02000	1.02500	1.03000	1.03500	1.04000	1.04500
2	1.01003	1.02010	1.03023	1.04040	1.05063	1.06090	1.07123	1.08160	1.09203
3	1.01508	1.03030	1.04568	1.06121	1.07689	1.09273	1.10872	1.12486	1.14117
4	1.02015	1.04060	1.06136	1.08243	1.10381	1.12551	1.14752	1.16986	1.19252
5	1.02525	1.05101	1.07728	1.10408	1.13141	1.15927	1.18769	1.21665	1.24618
6	1.03038	1.06152	1.09344	1.12616	1.15969	1.19405	1.22926	1.26532	1.30226
7	1.03553	1.07214	1.10984	1.14869	1.18869	1.22987	1.27228	1.31593	1.36086
8	1.04071	1.08286	1.12649	1.17166	1.21840	1.26677	1.31681	1.36857	1.42210
9	1.04591	1.09369	1.14339	1.19509	1.24886	1.30477	1.36290	1.42331	1.48610
10	1.05114	1.10462	1.16054	1.21899	1.28008	1.34392	1.41060	1.48024	1.55297
11	1.05640	1.11567	1.17795	1.24337	1.31209	1.38423	1.45997	1.53945	1.62285
12	1.06168	1.12683	1.19562	1.26824	1.34489	1.42576	1.51107	1.60103	1.69588

Ví dụ 2: Đầu tư 100.000.000 đồng để làm ăn; cuối mỗi năm (kể từ ngày đầu tư) được chia lãi và hoàn vốn là 15.000.000 đồng, liên tục trong 10 năm là kết thúc. Hỏi lãi suất đầu tư là bao nhiêu?

GIẢI

Từ công thức

$$V_0 = a * \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$
$$\Rightarrow \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = \frac{V_0}{a} = \frac{100}{15} = 6,66667$$

Tra bảng tài chính 4 theo dòng n = 10, ta thấy:

Nếu i = 8% thì $\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = 6,71008 > 6,66667$

Nếu $i=8,5\%$ thì $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 6,56135 < 6,66667$

Bảng 4 $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$

n \ i	...	5.50%	6%	6.50%	7.0%	7.5%	8.0%	8.5%
1		0.94787	0.94340	0.93897	0.93458	0.93023	0.92593	0.92166
2		1.84632	1.83339	1.82063	1.80802	1.79557	1.78326	1.77111
3		2.69793	2.67301	2.64848	2.62432	2.60053	2.57710	2.55402
4		3.50515	3.46511	3.42580	3.38721	3.34933	3.31213	3.27560
5		4.27028	4.21236	4.15568	4.10020	4.04588	3.99271	3.94064
6		4.99553	4.91732	4.84101	4.76654	4.69385	4.62288	4.55359
7		5.68297	5.58238	5.48452	5.38929	5.29660	5.20637	5.11851
8		6.33457	6.20979	6.08875	5.97130	5.85730	5.74664	5.63918
9		6.95220	6.80169	6.65610	6.51523	6.37889	6.24689	6.11906
10		7.53763	7.36009	7.18883	7.02358	6.86408	6.71008	6.56135
11		8.09254	7.88687	7.68904	7.49867	7.31542	7.13896	6.96898

Dùng nội suy tính ra:

$$i = 8\% + (8,5\% - 8\%) \frac{6,66667 - 6,71008}{6,56135 - 6,71008} = 8,14\%$$

Nhận xét:

Đối với dạng bài toán này, muốn giải được phải:

- Dùng máy tính tài chính.
- Hoặc kết hợp máy tính bỏ túi thông thường và bảng tính tài chính.

Các bảng khác cách sử dụng cũng tương tự.

II. MÁY TÍNH BỎ TÚI:

Hiện nay, máy tính bỏ túi có nhiều loại, nhiều kích cỡ và do nhiều hãng sản xuất khác nhau,... vì thế qui trình bấm các phím cũng khác nhau.

Căn cứ theo công dụng mà máy tính bỏ túi được chia làm hai loại:

- Máy tính đơn giản: Máy tính loại này mỗi phím bấm chỉ thực hiện được một chức năng duy nhất. Thường những máy tính này chỉ thực hiện được các chức năng thông thường như cộng, trừ nhân, chia, lấy căn bậc hai, lũy thừa với số mũ là số nguyên. Các chức năng tính log, lũy thừa với số mũ khác số nguyên, căn các bậc ... không tính được.

- Máy tính đa chức năng: Máy tính loại này thực hiện được nhiều chức năng hơn, mỗi phím bấm thường thực hiện được từ hai chức năng trở lên. Thuộc dòng máy tính đa chức năng gồm có:

- ✧ Máy tính khoa học.
- ✧ Máy tính tài chính.
- ✧ Máy vi tính bỏ túi (pocket computer).

Người sử dụng hiện nay ở Việt Nam thông dụng nhất là máy tính đơn giản và máy tính khoa học còn máy tính tài chính và máy vi tính bỏ túi rất ít người sử dụng nên trong chương này tác giả chỉ giới thiệu các loại máy tính bỏ túi thông dụng (máy tính bỏ túi đơn giản và máy tính khoa học).

1- Máy tính đơn giản:

Thường loại này gồm có các phím +, -, x, ÷, $\sqrt{}$, ON, OFF, AC, M+, M-, MR (RM), MC (CM), MRC, C, CE, MU, GT, TAX, RND, +/-, =,...

Trong số những máy này có 2 nhóm: nhóm khi bấm hai phím cùng loại liên tục thì xuất hiện chữ k và nhóm không xuất hiện chữ k.

a- Loại hiện k khi bấm hai lần liên tục 1 phím phép tính:

Loại này lưu phép tính và hằng số khi ấn số và hai lần phím phép tính liên tục.

Ví dụ 3:

Khi ấn phím

5

+

+

 thì máy xuất hiện thêm chữ k, lúc này máy đang lưu (nhớ) + 5. Vì thế khi ta ấn tiếp phím = sẽ xuất hiện kết quả là 10 =(5+5) và nếu ấn tiếp phím = lần nữa lúc này có kết quả là 15 =(10+5), nếu = lần nữa thì kết quả là 20 =(15+5) ... ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Để đơn giản, từ đây các phím bấm

5

+

+

 sẽ được trình bày ngắn gọn là 5 + +.

Tức là:

Phím bấm	Kết quả
5 + + =	10
5 + + = =	15
5 + + = = =	20

Tương tự các phím – và x cũng thế.

Riêng phím ÷ thì cũng thế nhưng cần chú ý tính đặc biệt sau:

Khi ấn phím 5 rồi ấn tiếp ÷ ÷ máy sẽ nhớ 1/5. Vì thế khi ấn = sẽ có kết quả là 0,2 =(1/5) nếu ấn tiếp phím bằng thì sẽ được 0,04 = (0,2÷5) ấn thêm phím = lần nữa sẽ có 0,008 = (0,04 ÷5)...

Tức là:

Phím bấm	Kết quả
5 ÷ ÷ =	0,2
5 ÷ ÷ = =	0,04
5 ÷ ÷ = = =	0,008

b- Loại không hiện k khi bấm hai lần liên tục cùng 1 phím phép tính:

Loại này khi bấm số và bấm tiếp phép tính thì máy nhớ ngay số và phép tính đó.

Ví dụ: Bấm 3 x 5 = máy cho kết quả 15 và còn nhớ 3 x. Do đó, bấm tiếp = lần nữa thì sẽ có kết quả là 45 (3x15), nếu bấm = lần nữa thì sẽ có kết quả là 135 (3 x 45)...

Nhưng nếu bấm a + b = thì máy cho kết quả của a + b đồng thời còn nhớ +b. Tương tự khi bấm a – b = thì máy sẽ nhớ –b, bấm a ÷ b= thì máy sẽ cho kết quả của a ÷ b đồng thời còn nhớ ÷ b.

Ví dụ 4: Ấn phím 3 + 5 = sẽ có kết quả là 8 và máy còn nhớ +5 nên khi bấm tiếp phím = lần nữa sẽ có kết quả là 13 (8+5), bấm thêm 1 lần phím = sẽ có kết quả 18 (13+5)...

Bấm 3 + 5 = kết quả cũng là 8, song nếu ta bấm tiếp phím 2 = thì sẽ có kết quả là 7 (vì máy tính đang nhớ + 5 và cộng thêm 2).

Nếu bấm 4 ÷ = thì có kết quả là 0,25.

Nếu bấm 12 ÷ 3 = thì có kết quả là 4, nhưng nếu ta bấm tiếp = sẽ có kết quả là 1.333333 (4/3 - vì máy đang nhớ chia 3), bấm tiếp = sẽ được 0.4444444 (1.333333/3)...

Nếu muốn tính: $\frac{4}{8+2}$, ta bấm máy tính như sau:

$8 + 2 \div \div 4 =$ sẽ cho kết quả là 0,4

Nhưng loại máy tính không xuất hiện chữ k phải bấm như sau:

$8 + 2 \div = 4 =$ sẽ cho kết quả là 0,4

Nếu muốn tính $\frac{a}{b^n}$ ta thực hiện như sau:

Bấm $a \div b = = = \dots =$ (n lần phím =)

Ví dụ 5:

Tính $\frac{120}{2^4}$, ta bấm $120 \div 2 = = = =$ sẽ cho kết quả là 7.5

® Chú ý: Những máy tính không xuất hiện chữ k khi bấm liên tiếp hai lần 1 phím tính, nếu ta vô tình bấm như loại máy tính có xuất hiện chữ k thường cũng cho cùng kết quả.

Áp dụng vào một số bài toán tài chính:

Ví dụ 6:

Tính $(1+8\%)^2$ ta bấm:

$1.08 \times x =$ sẽ có kết quả là 1.1664 ^(1*)

Tính $(1+8\%)^3$ ta bấm:

$1.08 \times x = =$ sẽ có kết quả là 1.259712

Tính $(1+8\%)^4$ ta bấm:

$1.08 \times x = = =$ sẽ có kết quả là 1.3604889

Tính $(1+8\%)^5$ ta bấm:

$1.08 \times x = = = =$ sẽ có kết quả là 1.469328

Tính $(1+8\%)^{20}$ ta bấm:

$1.08 \times x = = = = x \times x = = =$ sẽ có kết quả là 4.6609559 ⁽²⁾

Tính $(1+8\%)^{40}$ ta bấm:

$1.08 \times x = = = = x \times x = = = x \times x =$ sẽ có kết quả là 21.724509

^(1*) Các máy tính không xuất hiện chữ k có thể thực hiện ít động tác hơn. Tức chỉ cần bấm $1.08 \times =$ sẽ có kết quả như trên.

⁽²⁾ $(1+8\%)^{20} = ((1+8\%)^5)^4$

Tính $(1+8\%)^{100}$ ta bấm:

$1.08 \times \times = = = \times \times = = = \times \times = = =$ sẽ có kết quả là 2199.7583 ⁽³⁾

Tính $(1+8\%)^2$ ta bấm:

$1 \div 1.08 \times \times =$ sẽ có kết quả là 0,857338

Tính $(1+8\%)^5$ ta bấm:

$1 \div 1.08 \times \times = = =$ sẽ có kết quả là 0.680583

Tính $(1+8\%)^{20}$ ta bấm:

$1 \div 1.08 \times \times = = = \times \times = = =$ sẽ có kết quả là 0.214548 ⁽⁴⁾

Tính $\frac{(1+12\%)^5 - 1}{12\%}$ ta bấm $1.12 \times \times = = = -1 \div 0.12 =$ sẽ có kết quả là 6.3528466 ⁽⁵⁾

Tính $\frac{(1+6\%)^{15} - 1}{6\%}$ ta bấm

$1.06 \times \times = = = \times \times = = -1 \div 0.06 =$ kết quả là 23.27596

Tính $\frac{1 - (1+7\%)^{-4}}{7\%}$. Ta bấm:

$1 \div 1.07 \times \times = = = -1 \div 0.07 = +/-$ kết quả là 3.387214.

Cũng có thể tính bằng cách sử dụng phím nhớ như sau: trước hết bấm MC (hay MR hoặc MRC 2 lần) để xóa bộ nhớ trên máy tính (nếu có). Ta bấm $1 M^+$ rồi bấm tiếp $1 \div 1.07 \times \times = = = M^-$ MR $\div 0.07 =$

Ghi chú: Những máy tính có xuất hiện chữ k khi bấm $\times \times$ nếu bấm tiếp phím M^+ hay M^- máy hiểu là nhân tiếp rồi mới nhớ nên tính như trên sẽ cho kết quả sai, trong trường hợp này trước khi bấm M^+ hay M^- phải giảm bớt một dấu $=$ thì kết quả mới đúng. Trong ví dụ trên phải bấm như sau:

⁽³⁾ $(1+8\%)^{100} = (((1+8\%)^5)^5)^4$

⁽⁴⁾ $(1+8\%)^{20} = 1/(1+8\%)^{20} = [1/(1+8\%)]^{20} = [1/(1+8\%)]^5]^4$

⁽⁵⁾ Máy tính đơn giản có bộ nhớ nhỏ nên sẽ thực hiện lệnh ngay mà không chờ xem các lệnh sau như thế nào. Nói khác đi, máy tính loại này không biết qui tắc: "Trong 1 dãy số thực hiện nhân chia trước cộng trừ sau".

Ta bấm 1 M⁺ rồi bấm tiếp $1 \div 1.07 \times \times = = M \quad MR \div 0.07 =$

Hoặc phải bấm vào một phím tính bất kỳ nào đó như cộng hay trừ để làm mất đi chữ k trên màn hình máy tính rồi bấm nhớ bình thường.

Ví dụ 7:

Tính $\frac{1 - (1 + 7\%)^{-4}}{7\%}$. Ta bấm: 1 M⁺ rồi bấm tiếp $1 \div 1.07 \times \times =$
 $= = +^{(*)} M^- \quad MR \div 0.07 =$

Ghi chú: Cần thực hiện qui tắc: “nơi nào phức tạp nhất tính trước, tiếp theo giải quyết những nơi kém phức tạp hơn”.

Ví dụ 8: Tính $10\% + (11\% - 10\%) \frac{6,4578 - 6,0124}{6,987 - 6,0124}$ ta bấm như sau: MC 6.987 – 6.0124 M+ 6.4578 – 6.0124 ÷ MR x 0.01 + 0.1 = sẽ cho kết quả là 0.10457 hay 10,457%.

2- Máy tính đa chức năng:

Thông thường máy đa chức năng có những đặc tính sau:

✧ Các máy tính loại này ngoài những phím bấm thông thường như những loại máy tính đơn giản, còn có một số phím khác như EXE, ANS, EXP, DEL, các phím tính hàm số lượng giác (sin, cos ...), x^{-1} , x^y (y^x), Shif (2ND), ^, 10^x , e^x , log, ln, n!, ...

✧ Do bộ nhớ lớn, máy thực hiện phép tính theo thứ tự ưu tiên của toán học (luỹ thừa, nhân, chia, cộng, trừ).

✧ Có các hệ đo góc: Độ (DEG), radian (RAD), grad (GRAD).

✧ Có phím MODE để chọn chế độ cần dùng.

✧ Có phím dấu ngoặc đơn (một hay nhiều dấu ngoặc đơn).

✧ Mỗi phím thường có hơn một chức năng:

+ Chức năng chính nằm nổi ngay trên mặt phím.

+ Chức năng thứ 2 ghi bên trên đầu phím (nằm phía dưới và chữ nhỏ hơn), muốn sử dụng phải bấm phím SHIF (hay 2ND) hoặc

(*) Khi bấm phím cộng này trên màn hình máy sẽ mất đi chữ k nhưng máy chưa thực hiện phép cộng. Vì thế khi bấm phím M⁻ máy sẽ lưu nhớ (nhớ trừ) ngay số đang xuất hiện trên màn hình.

ALPHA cùng màu với chữ ghi chức năng ấy.

* Có ít nhất một phím nhớ được gán bằng phím $X \rightarrow M$, Min, STO + M... và gọi ra bằng phím RM, MR, RCL + M, ...

Do có nhiều chủng loại, đời máy và hãng sản xuất khác nhau nên các loại máy này có thiết kế có thể khác nhau về phím bấm (số lượng, thứ tự, qui trình sử dụng...). Tuy nhiên về cách bấm các hàm chức năng có thể chia làm hai loại:

+ Loại tính thuận: Loại này đọc sao bấm vậy (bấm hàm trước, bấm số sau).

Ví dụ: Dùng máy tính Casio FX 82MS

Tính $\log 120$ sẽ bấm LOG 120 = cho kết quả đúng là 2.079181246

Hay muốn tính 10^3 bấm SHIF log (10^x) 3 = sẽ có kết quả là 1,000. Tương đương với cách bấm $10 \times^3 = 1,000$

Muốn tính $\sqrt[3]{3}$ ta bấm Shift x^3 3 = kết quả 1.44224957

+ Loại tính nghịch: Loại này phải bấm số trước rồi bấm hàm sau. Như vậy thứ tự bấm phím ngược lại với máy tính thuận.

Ví dụ: Muốn tính $\sqrt[3]{3}$ thì bấm số 3 rồi bấm tiếp $\sqrt[3]{}$

Muốn biết máy của mình thuộc loại nào chỉ cần bấm $\log 10 =$ nếu kết quả là 1 thì máy thuộc loại tính thuận, nếu kết quả khác 1 chắc chắn rằng máy thuộc nhóm tính nghịch.

Hiểu được chức năng của từng phím và nguyên tắc trên có thể tính được nhiều bài toán khác nhau, cũng như có thể giải được nhiều dạng phương trình khác nhau.

Ví dụ 9:

Dùng máy tính fx 500A tính bài toán: $100 \frac{1 - (1 + 12\%)^{-5}}{12\%}$

Ta bấm 100 x (1-1.12 SHIF x 5 +/-) ÷ 0.12 = kết quả 360.47762

Ví dụ 10:

Tính $10\% + (11\% - 10\%) \frac{6,4578 - 6,0124}{6,987 - 6,0124}$ ta bấm liên tục như sau: 0.1 +

(.11 -.1) x (6.4578 - 6.0124) ÷ (6.987 - 6.0124) = Kết quả sẽ là 0.10457 hay 10,457%.

Ví dụ 11:

Dùng máy fx – 82MS, fx – 500MS, fx – 570MS tính:

$$\frac{\log\left(\frac{1}{1 - \frac{600}{100} * 12\%}\right)}{\log(1 + 12\%)}$$

Ta bấm như sau: log (1 + 12 shift =) M+ log (1 ÷ (1– 600 ÷100 x 12 SHIF =)) = ÷ RCL M+ = (*)

Kết quả là 11.23251

III. MÁY VI TÍNH:

Hiện nay trên toàn thế giới, tin học đang phát triển như vũ bão. Khái niệm tin học luôn gắn liền với máy vi tính. Đây là một công cụ tuyệt vời hỗ trợ cho công tác quản lý sản xuất kinh doanh. Máy vi tính với nhiều chủng loại, nhiều hãng sản xuất, dòng sản phẩm ... khác nhau đây là phần cứng. Hỗ trợ cho phần cứng và phục vụ nhu cầu đa dạng của người sử dụng là phần mềm. Có nhiều loại phần mềm khác nhau, nhưng nhìn chung có thể phân làm hai loại phần mềm: Phần mềm hệ thống (systems software) và phần mềm ứng dụng (application software).

Máy vi tính trở thành phương tiện thông dụng trong các văn phòng thì việc lựa chọn các phần mềm tiện ích để sử dụng trong các văn phòng là điều cần thiết không thể thiếu. Phần mềm tiện ích trong văn phòng hiện nay có rất nhiều như: phần mềm xử lý văn bản (winword), phần mềm xử lý thông tin (excel), và truyền thông trên mạng (gửi và nhận email, fax, truy cập internet). Tất nhiên nếu biết thêm ngôn ngữ lập trình quản trị dữ liệu (Foxbase, Foxpro, Access...) sẽ giúp việc ứng dụng tin học tốt hơn, nhưng học lập trình sẽ mất thời gian và việc ứng dụng cũng không dễ dàng, trong khi một nhân viên quản lý kinh tế thường không có nhiệm vụ xây dựng chương trình quản trị dữ liệu cho đơn vị mà đó là phần của chuyên viên lập trình hoặc đơn vị sản xuất phần mềm...

Trong phạm vi bài này tác giả chỉ đề cập đến phần mềm được ứng dụng nhiều trong quản lý kinh tế đó là EXCEL.

(*) SHIF = đó là phím %.

EXCEL là phần mềm bảng tính thông dụng và có lẽ là tuyệt vời (phải chăng đây là excellent, excellence?) rất hữu dụng trong việc lập bảng tính và tính toán ứng dụng rất nhiều trong kế toán và quản lý tài chính.

Hiện nay excel thường dùng là MS.EXCEL 97, 2000, 2003, 2007. Tác giả tạm dùng EXCEL 2000 để minh họa. Nguyên tắc lập trình luôn thể hiện tính kế thừa, do đó các sản phẩm ra đời sau luôn kế thừa các sản phẩm ra đời trước vì thế những hiểu biết về EXCEL 97 đều dùng được cho EXCEL 2000...

1. Khái quát về EXCEL:

Bảng tính Microsoft Excel được xem như 1 quyển tập (Book) gồm từ 1 đến tối đa 255 tờ (Sheets). Mỗi tờ xem như 1 trang giấy kẻ ô gồm 256 cột (Columns) và 16.384 hàng (rows). Khu vực giao nhau giữa một cột và một hàng thì gọi là ô(cells), như vậy mỗi tờ (Sheet) có tất cả là 4.194.304 ô.

Còn trong 1 Book thì có:

$$4.194.304 \text{ cells} \quad 2. \quad 255 \text{ tờ} \quad = \quad 1.069.547.520 \text{ cells}$$

❖ Ô chứa số liệu và là đơn vị cơ sở để xử lý bảng tính. Mỗi ô có thể chứa được 1 chuỗi đến 255 kí tự. Hình thức biểu diễn thông tin bên trong các cell cũng dễ dàng điều chỉnh kích cỡ (size), kiểu dáng (style), hay màu sắc (color). Bạn cũng có thể gắn vào bảng tính các đối tượng đồ họa (graphic objects) nhằm tô điểm thêm cho bảng tính của bạn. Với Microsoft Excel, bạn có thể liên kết (link) các bảng tính lại với nhau, ví dụ như liên kết số liệu của các báo cáo cuối quý hay cuối năm. Và trong trường hợp này, những sửa đổi thực hiện trên bảng tính hàng tháng sẽ sửa đổi luôn cả trong của quý hay của năm liên hệ.

❖ Có thể nhập vào các cell trị số (number), văn bản (text), công thức (formula), ngày giờ (date and time).

❖ Các tờ thì được đặt tên từ trên xuống dưới, bắt đầu là sheet1, sheet2, sheet3, v.v... Có thể đặt lại tên cho các các Sheet nếu muốn.

❖ Các cột được đặt nhãn từ trái sang phải, bắt đầu là cột A, tiếp theo là cột B, C,...cho đến cột Z. Sau cột Z, là các cột AA, AB, ... đến AZ, rồi BA, BB cho đến IV là đủ 256 cột.

❖ Các hàng được đánh số liên tục từ trên xuống dưới từ hàng 1 đến hàng 16.384.

❖ Để phân biệt cell này với cell kia trên cùng 1 Sheet (trong số hơn 4 triệu cell của sheet), mỗi cell đều có 1 địa chỉ (cell address). Địa chỉ cell được gọi tên theo toạ độ dòng và cột thí dụ: cell A1, B12, AC13, v.v... Địa chỉ cell ghi chữ in hoa hay chữ thường đều như nhau. Việc sao chép dữ liệu trên một ô nào đó sang vị trí khác bằng cách dùng phím chức năng hay dùng chuột. Địa chỉ của các ô được chia làm hai loại địa chỉ tương đối ví dụ: A1, C5 ... và địa chỉ tuyệt đối ví dụ: \$A\$1, \$C\$5...

❖ Để phân biệt cell này với cell khác giữa các Sheet (trong số 255 Sheet của 1 Book), phải ghi địa chỉ cell liền sau tên Sheet nối với nhau bằng dấu chấm than. VD: Sheet5!B12 là cell nằm trên cột B hàng 12 của Sheet5.

EXCEL gồm có 5 chức năng chính sau đây:

Chức năng	Nội dung
1- Worsheet (bảng tính điện tử)	Nhập, lưu trữ, phân tích, tính toán
2- Database (cơ sở dữ liệu)	Quản lý số liệu có khối lượng lớn
3- Macro (lệnh vĩ mô)	Tự động hoá các công việc cần lập lại nhiều lần
4- Chart (đồ thị)	Biểu diễn số liệu dưới dạng đồ thị
5- Advanced Formatting Graphics (định dạng và đồ họa cao cấp)	Tạo lập báo biểu chuyên nghiệp

Có thể nhập vào các cell trị số (number), văn bản (text), công thức (formula), ngày giờ (date and time) tùy định dạng do người sử dụng qui định. Như vậy, một số nằm ở vị trí nào đó máy có thể hiểu là trị số cũng có thể hiểu là văn bản. Muốn EXCEL tính toán theo công thức toán học hay tính theo một hàm số nào đó phải thể hiện ngay đầu dòng bởi dấu bằng (=). Ví dụ tại địa chỉ A4 muốn cộng 421 với 210 ta phải thể hiện như sau: = 421 + 210 và bấm enter. Hay muốn cộng các số ở địa chỉ từ A2 đến A10 ta có thể sử dụng hàm Sum như sau: = Sum(A2:A10) ␣ (*)

(*) Dấu ␣ ký hiệu phím enter.

Ghi chú: Nếu trước dấu = hay bất kỳ ký hiệu toán học nào mà ta đánh vào dấu phẩy ở trên (') EXCEL sẽ hiểu đây là chuỗi văn bản nên không thực hiện phép tính. Ví dụ nếu ta đánh vào bảng tính như sau: '= 421 + 210 và enter thì trên màn hình sẽ xuất hiện như thế này = 421 + 210.

Người dùng có thể chép (copy) hay di chuyển (move) các dữ liệu từ ô này sang ô khác bằng cách ra lệnh qua bàn phím hay rê chuột từ nơi này thả sang nơi khác.

Thế mạnh của EXCEL là các công thức. Đó là những biểu thức toán học hay biểu thức xử lý chuỗi (ghép nối, cắt...) hay biểu thức luận lý. Biểu thức trong công thức bao giờ cũng cho một trị và đó là một trị linh hoạt luôn phản ánh tình hình thực tại của bảng tính. Khi một thành phần liên quan đến công thức thay đổi thì trị của công thức cũng lập tức thay đổi theo.

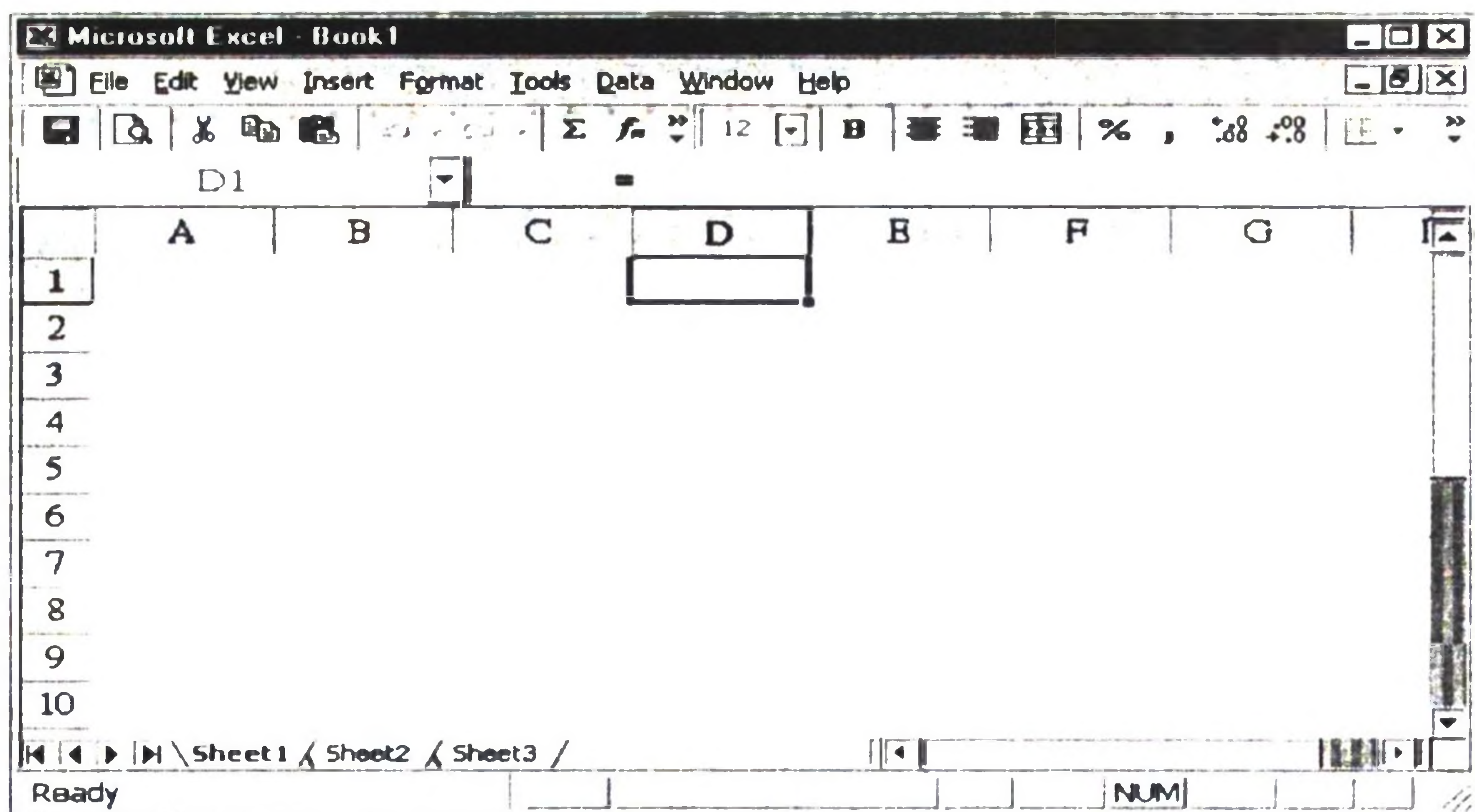
Chúng ta có thể sắp xếp số liệu trong bảng tính theo trật tự khai thác. Thực hiện các phương pháp phân tích hay tổng hợp. Nếu cần, có thể bố cục thành dàn bài phân ra từng đẳng cấp cho các dòng trong bản tính. Ngoài ra còn có thể liên kết số liệu giữa các bản tính với nhau, tạo thành một thể thống nhất giữa 2 hoặc nhiều bản tính trong cùng 1 cơ sở dữ liệu, khiến cho khi thay đổi số liệu trong bảng tính này, thì bảng tính khác cũng đồng thời biến chuyển theo.

Bảng tính thường cần được in ấn ra phục vụ người sử dụng. Việc trình bày và định dạng cho bảng tính cũng như xem thử trước khi in là 1 thực tế cần thiết nhưng rất dễ dàng. Số liệu trong bảng tính có thể dùng để tạo ra các đồ thị, một dạng thông tin dễ tiếp nhận.

2. Khởi động EXCEL:

Thực hiện các bước như sau:

- Khởi động máy tính
- Đưa con trỏ chuột tới vị trí Start, bấm nút chuột trái sẽ xuất hiện cửa sổ thứ nhất, bấm tiếp vào Programs sẽ xuất hiện cửa sổ thứ 2 bấm tiếp vào EXCEL, máy tính sẽ kích hoạt và khởi động EXCEL, ta sẽ có màn hình như sau:



Hay nếu trên màn hình đã có sẵn biểu tượng của EXCEL như



Microsoft Excel Ink

sau chỉ cần bấm đúp (bấm nhanh hai lần liên tiếp) thì cũng được kết quả như trên.

3. Các hàm tài chính thông dụng trong EXCEL

EXCEL cung cấp cho các nhà quản trị tài chính rất nhiều công cụ mạnh để tính toán tài chính thông qua các hàm tài chính. Có rất nhiều hàm tài chính khác nhau nhưng thông dụng nhất gồm có: FV, PV, NPV, PMT, IPMT, PPMT, RATE, NPER, IRR, MIRR, DB, DDB, SLN, SYD, VDB. Những hàm khác ít thông dụng hơn nên thường cài đặt bộ Microsoft Office không có sẵn trên máy, muốn sử dụng phải chạy lại trình setup để cài đặt Analysis ToolPak. Sau khi cài đặt Analysis ToolPak, phải dùng lệnh Add – Ins trên menu Tools để cài đặt bổ sung.

a. Hàm EFFECT:

Hàm này giúp ta tìm ra lãi suất thực của khoản nợ vay theo công thức:

$$\text{Effect} = \left(1 + \frac{\text{nominal_rate}}{\text{npery}} \right)^{\text{npery}} - 1$$

Kỹ thuật: = EFFECT(NOMINAL_RATE, NPERY)

Nominal_rate: Lãi suất danh nghĩa trong 1 năm.

Npery: Số lần tính lãi trong năm.

Ví dụ 12: Vay ngân hàng một khoảng tiền với lãi suất 12%/năm, mỗi năm trả lãi 2 lần thì lãi suất thực của khoảng tiền vay này là:

= Effect(12%;2). Sau khi enter sẽ có kết quả là 12,36%

b. Hàm NOMINAL:

Hàm này giúp ta tìm ra lãi suất danh nghĩa của khoản nợ vay khi biết lãi suất thực. Thực chất đây là hàm ngược của hàm Effect.

Kỹ thuật: = NOMINAL(EFFECT_RATE, NPERY).

Ví dụ 13: Một khoản nợ vay có lãi suất thực là 12,36%, ghép lãi mỗi năm 2 lần thì lãi suất danh nghĩa của khoản nợ này là:

= Nominal(12,36%;2). Kết quả là 12%.

c. Hàm FV:

Hàm này giúp xác định giá trị tương lai của chuỗi tiền tệ cố định loại đầu kỳ hay cuối kỳ ở dạng chuẩn.

Kỹ thuật như sau: = FV(RATE, NPER, PMT, PV, TYPE)

Hàm này có 5 tham số:

- Rate: Lãi suất cố định của một kỳ.
- Nper: Số chu kỳ tính lãi.
- PMT: Số tiền thanh toán cố định mỗi kỳ.
- PV: Giá trị hiện tại tham gia tính lãi.
- Type: Kiểu của chuỗi tiền tệ. Tham số này mặc nhiên là 0 và ứng với chuỗi cố định cuối kỳ chuẩn. Tham số 1 ứng với chuỗi đầu kỳ dạng chuẩn.

Trong bốn tham số đầu, mỗi tham số là một hàm. Chúng ta sẽ lần lượt nghiên cứu trong phần sau.

Ví dụ 14: Công ty X đưa ra chính sách bán hàng trả góp như sau:

Ngay khi mua hàng khách hàng trả 30% tổng số tiền thanh toán, số còn lại trả dần đều nhau trong 7 tháng, mỗi tháng trả 2.400.000đ. Ông BA muốn mua số hàng trên nhưng đề nghị được thanh toán một lần duy nhất vào thời điểm cuối hợp đồng (cuối tháng thứ bảy). Hỏi giá thanh toán mà ông BA đề nghị là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất hai bên thoả thuận là 1%/ tháng.

GIẢI

Gọi a là tổng số tiền thanh toán,

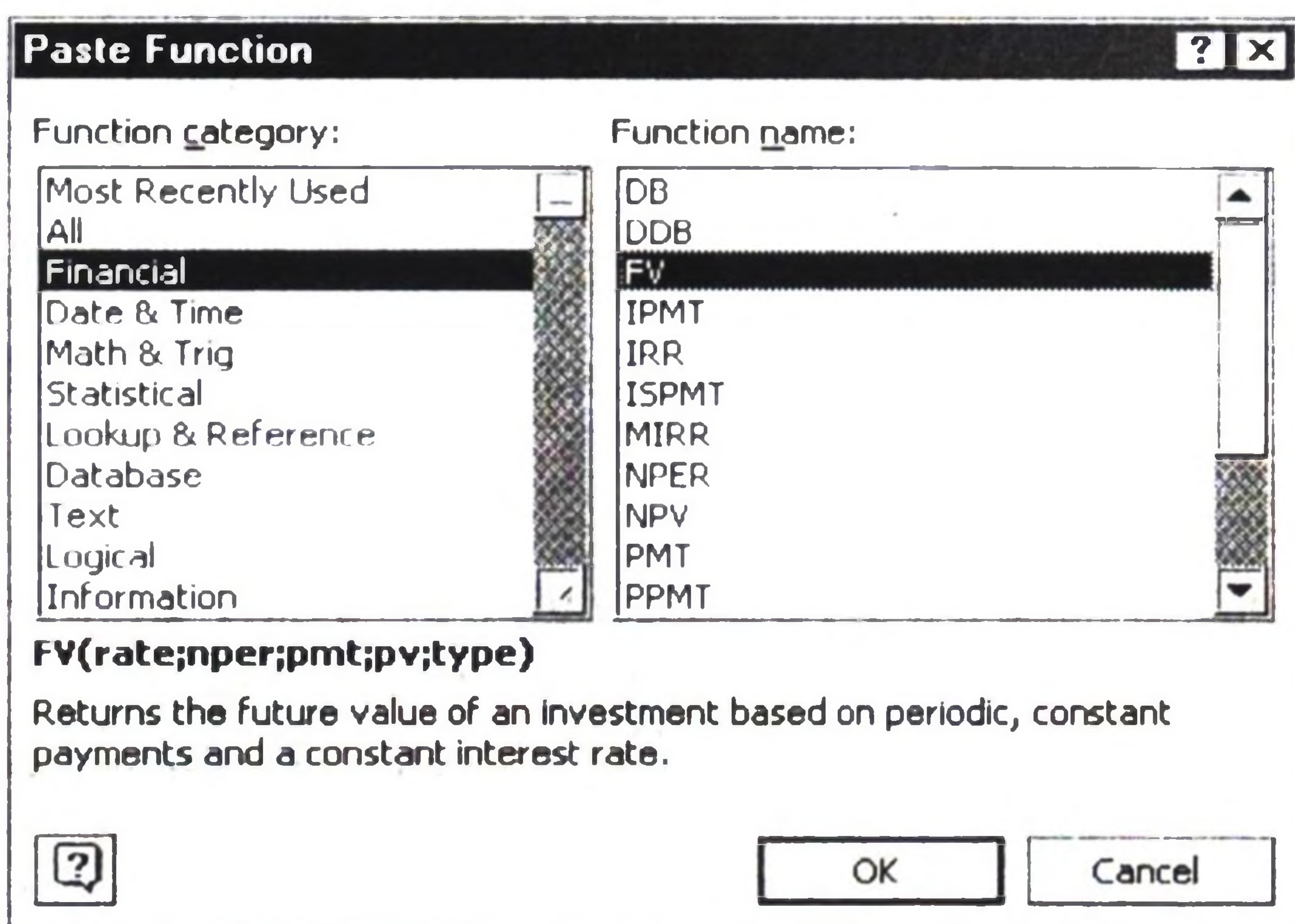
ta có $70\% a = 2.400.000 \times 7$

$\Rightarrow a = 24.000.000$

Giá thanh toán mà ông BA đề nghị sẽ dùng hàm FV như sau:

$= \text{FV}(0,01;7;-2400000;-24000000*0,3;)$. Sau khi enter sẽ có kết quả là 25.031.859,04. (*)

Nếu không nhớ tham số nào trước, tham số nào sau thì có thể bấm chuột vào thanh công cụ bên trên có dấu **fx** sẽ thấy xuất hiện bảng sau:



Khung cửa sổ bên trái chọn Financial, khung bên phải sẽ xuất hiện các hàm tài chính, chọn FV và bấm vào OK sẽ xuất hiện cửa sổ khác như sau:

(*) Trong máy của tác giả đã định dạng lại, không còn mặc nhiên nữa. Cụ thể đã đổi số kiểu Anh sang kiểu Việt Nam, phân cách giữa 2 tham số theo mặc định là dấu phẩy (,), ở đây tác giả đã định dạng lại là dấu chấm phẩy (;).

FV			
Rate	1%		= 0,01
Nper	7		= 7
Pmt	-2400000		= -2400000
Pv	-2400000*7/0,7*0,3		= -7200000
Type			=
			= 25031859,04
Returns the future value of an investment based on periodic, constant payments and a constant interest rate.			
Pv is the present value, or the lump-sum amount that a series of future payments is worth now. If omitted, Pv = 0.			
Help		Formula result = 25031859,04 OK Cancel	

Chúng ta có thể thấy trước kết quả xuất hiện ở trên bảng. Bấm OK thì kết quả đó sẽ thể hiện trên EXCEL.

Ví dụ 15: Gửi vào ngân hàng cuối mỗi tháng 200.000 đồng, lãi suất 12%/năm, tính theo lãi kép hàng tháng. Hỏi sau 3 năm gửi tổng số tiền có được bao nhiêu?

GIẢI

= FV(12%/12;12*3;200000;;) ⌵ kết quả là - 8.615.375,67\$ (**)

Ghi chú: Trong công thức này nếu bỏ hai dấu chấm phẩy ở phần cuối kết quả vẫn không thay đổi vì EXCEL hiểu là bằng không. Tức là:

= FV(12%/12;12*3;-200000) ⌵ kết quả là 8.615.375,67\$

Ví dụ 16: Gửi vào ngân hàng đầu mỗi tháng 200.000 đồng, lãi suất 12%/năm, tính theo lãi kép hàng tháng. Hỏi đúng 3 năm gửi tổng số tiền có được bao nhiêu?

GIẢI

Đây là chuỗi đầu kỳ nên tính như sau:

= FV(12%/12;12*3;-200000;;1)⌵ kết quả là 8.710.529,43\$

d. Hàm PV:

Hàm này giúp xác định hiện giá của chuỗi tiền tệ cố định loại đầu kỳ hay cuối kỳ ở dạng chuẩn.

Kỹ thuật như sau: = PV(RATE, NPER, PMT, FV, TYPE)

(**) EXCEL cho kết quả là số âm và có màu đỏ vì EXCEL qui ước số tiền chi ra phải mang dấu trừ (-), số tiền thu vào dấu cộng (+), do đó trong công thức trên muốn có kết quả là số dương thì sửa lại như sau:
= FV(12%/12;12*3;-200000;;).

Ví dụ 17: Công ty X vay ngân hàng theo các điều khoản:

- Lãi suất 12%/năm.
- Thời hạn vay 5 năm.
- Mỗi năm trả 200.000.000 đồng, lần trả đầu tiên là 1 năm sau ngày vay.

Hãy tính số tiền vay là bao nhiêu?

GIẢI

Số tiền vay chính là hiện giá của số tiền trả. Vì thế dùng hàm PV như sau:

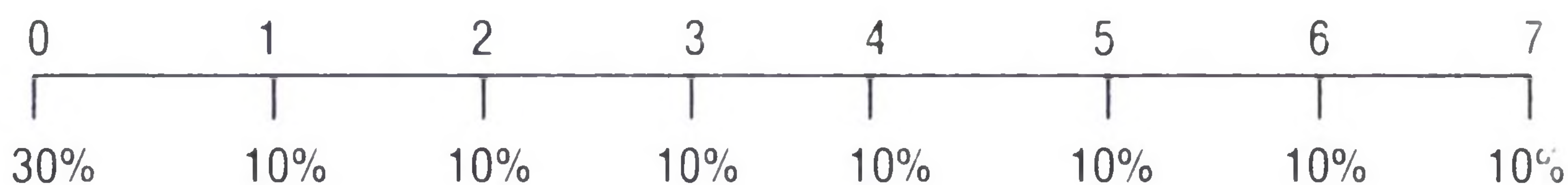
$$= PV(12\%;5;-200000000) \rightarrow \text{kết quả là } 720.955.240,47$$

Ví dụ 18: Công ty X đưa ra chính sách bán hàng trả góp như sau:

Ngay khi mua hàng khách hàng trả 30% tổng số tiền thanh toán, số còn lại trả dần đều nhau trong 7 tháng, mỗi tháng trả một lần. Lãi suất tiền vay là 1%/tháng. Hỏi công ty phải định ra giá bán trả chậm là bao nhiêu? Biết rằng giá bán trả ngay một lần khi mua hàng là 18.990.000đ

GIẢI

Hiện giá các số tiền thanh toán theo phương thức trả chậm phải bằng giá bán trả ngay, tức là:



$$= 18.990.000/(0,3 + PV(0,01;7;-70\%/7)) \text{ kết quả là: } 19.520.580$$

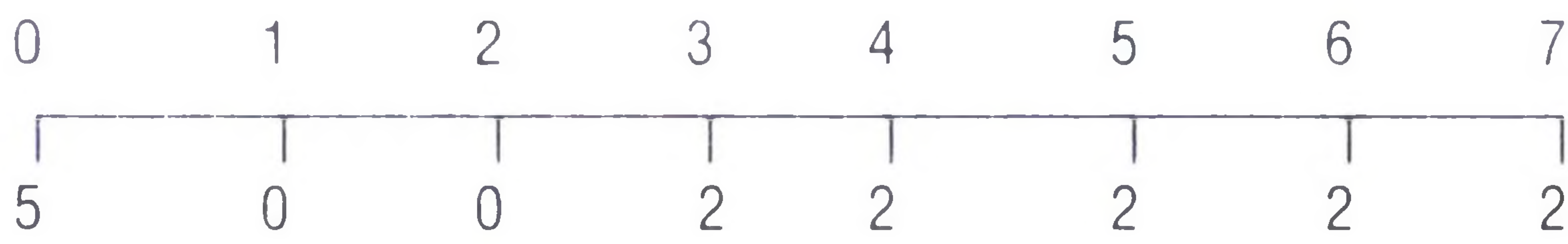
Ví dụ 19:

Công ty X đưa ra chính sách bán hàng trả góp như sau:

Ngay khi mua hàng khách hàng trả 5.000.000 đồng, số còn lại trả dần đều nhau trong 5 tháng, mỗi tháng trả 2.000.000 đồng, lần trả đầu tiên trong đợt sau này là 3 tháng sau ngày nhận hàng. Lãi suất tiền vay là 1%/tháng. Hỏi giá trị thật của số hàng bán là bao nhiêu?

GIẢI

Hiện giá các số tiền thanh toán theo phương thức trả chậm phải bằng giá bán trả ngay, tức là:



= PV(1%;2;0;PV(1%;5;-2000000)) + 5000000 ↴ kết quả là: 14.515.600

Hay thể hiện cách khác:

= PV(1%;5;-2000000)*1,01^-2 + 5000000 ↴ cũng cho kết quả giống như trên.

e. Hàm RATE:

Hàm này giúp xác định lãi suất của chuỗi tiền tệ cố định loại đầu kỳ hay cuối kỳ ở dạng chuẩn.

Kỹ thuật như sau: = RATE (NPER, PMT, PV, FV, TYPE)

Ví dụ 20:

Công ty X vay của ông Ba số tiền 300.000.000 đồng, theo hợp đồng công ty X phải trả đều đặn mỗi năm số tiền 60.600.000 đồng, trả liên tục trong 8 năm là hết nợ, lần trả đầu tiên là 1 năm sau ngày vay. Hỏi lãi suất mà công ty phải chịu là bao nhiêu?

GIẢI

= RATE(8;-60600000;300000000;;) kết quả là 12,1% ⁽⁶⁾

Trong ví dụ trên, nếu lần trả đầu tiên là ngay khi vay thì lãi suất phải chịu là bao nhiêu?

GIẢI

Đây là chuỗi đầu kỳ gồm 8 kỳ khoản, được tính như sau:

= RATE(8;-60600000;300000000;;1) kết quả là 16,754%

⁽⁶⁾ Thông thường các tham số PMT và PV trái dấu nhau thể hiện hai nội dung trái ngược nhau (thu và chi), tuy nhiên có một số trường hợp cùng dấu vì cùng tính chất.

f. Hàm NPER:

Hàm này giúp xác định số kỳ khoản của chuỗi tiền tệ cố định loại đầu kỳ hay cuối kỳ ở dạng chuẩn.

Kỹ thuật như sau: = NPER(RATE, PMT, PV, FV, TYPE)

Ví dụ 21: Anh Thanh vay 100.000.000đồng, lãi suất 1%/tháng, mỗi tháng trả 5.301.000đồng, lần trả đầu tiên là 1 tháng sau ngày vay. Hỏi anh Thanh phải trả trong bao nhiêu tháng mới hết nợ (nếu số lần trả không chẵn hãy qui tròn theo nguyên tắc số nguyên gần nhất)?

GIẢI

= ROUND(NPER(1%;-5301;100000);0) kết quả là 21,000.

Ghi chú: Ở đây dùng thêm hàm round với tham số là 0 (zero) sẽ cho kết quả làm tròn đến số nguyên gần nhất.

Ví dụ 22: Một người gửi tiết kiệm cuối mỗi tháng số tiền là 1.200.000 đồng, lãi suất 0,6%/tháng với mong muốn lúc nào đó sẽ có được 200.000.000 đồng để mua 1 căn nhà nhỏ. Hỏi sau bao nhiêu lần gửi người này sẽ mua được căn nhà (nếu số lần gửi không chẵn thì qui tròn theo nguyên tắc số nguyên cao hơn gần nhất)?

GIẢI

= ROUNDUP(NPER(0,6%;-1300;;300000);0) kết quả 146

Ghi chú:

Ở đây dùng thêm hàm roundup với tham số là 0 (zero) sẽ cho kết quả làm tròn đến số nguyên cao hơn gần nhất.

Nếu qui tròn theo phương pháp số nguyên thấp hơn gần nhất thì dùng hàm **Rounddown** cũng với tham số là zero (0).

g. Hàm PMT:

Hàm này giúp xác định số số tiền thanh toán cố định mỗi kỳ của 1 chuỗi tiền tệ loại đầu kỳ hay cuối kỳ ở dạng chuẩn.

Kỹ thuật như sau: = PMT (RATE, NPER, PV, FV, TYPE)

Ví dụ 23: Một khoản vay 100.000.000 đồng, lãi suất 10%/năm, phải thanh toán đều mỗi năm một số tiền bằng nhau trong 7 năm, lần trả đầu tiên là 1 năm sau ngày vay. Hãy tính số tiền thanh toán hàng năm?

GIẢI

= PMT(10%;7;-1000000000) cho kết quả là 20.540.550

Cũng ví dụ trên nhưng lần trả đầu tiên là ngay khi vay thì số tiền thanh toán mỗi năm được tính như sau:

= PMT(10%;7;-1000000000;;1) kết quả 18.673.227,25

Ví dụ 24:

Anh Ba B cố gắng để dành tiền tiết kiệm với mong muốn 5 năm sau sẽ có được 216.000.000 đồng để mua một căn nhà. Nếu anh Ba B gửi tiết kiệm với lãi suất 1%/tháng thì bình quân mỗi tháng anh Ba B phải gửi vào tiết kiệm số tiền là bao nhiêu? Biết rằng trước khi gửi 1 tháng, tiền gửi ngân hàng của anh Ba đã có 45.800.000 đ.

GIẢI

=PMT(1%;12*5;-458000;216000000) kết quả là -1.626.005

h. Hàm IPMT:

Hàm này cho phép xác định số lãi phải trả kỳ thứ p đối với khoản nợ vay thanh toán theo một kỳ khoản cố định ở dạng chuẩn.

Kỹ thuật: =IPMT(RATE,PER,NPER,PMT,PV,FV,TYPE)

PER: Kỳ thanh toán lần thứ p; $1 \leq p \leq nper$.

Ví dụ 25:

Doanh nghiệp D vay của công ty tài chính một số tiền là 8.000 triệu đồng, trả dần định kỳ mỗi năm một số tiền là 1.610,42 triệu đồng. Lãi suất khoản vay trên là 12%. Hãy tính khoản lãi trả kỳ thứ 3?

GIẢI

Số kỳ thanh toán:= nper(12%;-1610,42;8000) kết quả 8,00002 $\approx$ 8

Số lãi phải trả kỳ thứ 3:

=IPMT(12%;3;8;-8000000000) kết quả 794.532.457,23

Ghi chú: Có thể lồng hàm NPER vào hàm IPMT để tính cho nhanh như sau:

=IPMT(12%;3;NPER(12%;-1610,42;8000);-8000000000)

i. Hàm PPMT:

Hàm này cho phép xác định số nợ gốc phải trả kỳ thứ p đối với

khoản nợ vay thanh toán theo một kỳ khoản cố định ở dạng chuẩn.

Kỹ thuật: = PPMT(RATE,PER,NPER,PMT,PV,FV,TYPE)

Ví dụ 26:

Công ty Z vay số tiền 25,49996 tỷ đồng, mỗi năm thanh toán đều 4,15 tỷ đồng, lần trả đầu tiên là 1 năm sau ngày vay. Tính số vốn gốc hoàn trả kỳ thứ ba? Biết rằng lãi suất tiền vay là 10%.

GIẢI

Số kỳ thanh toán: = nper(10%;-4,15;25,49996) kết quả 10,0000.

Số vốn gốc phải trả kỳ thứ 3:

= PPMT(10%;3;10;-25499960000) kết quả 1.936.006.122

j. Hàm NPV:

Hàm này cho phép xác định hiện giá của một chuỗi tiền tệ biến đổi cuối kỳ dạng chuẩn. (*)

Kỹ thuật: = NPV(RATE; VALUE1;VALUE2...)

Ví dụ 27:

Thương gia John mua một khách sạn nhỏ giá 70.000\$. Thu nhập đạt được trong thời gian 5 năm đầu lần lượt là: 12.000; 15.000; 18.000; 21.000, 26.000. Cuối năm thứ 5, ông John bán lại khách sạn này thu được 20.000\$. Hỏi hiện giá thuần của đầu tư là bao nhiêu? (Lãi suất chiết khấu là 13%).

GIẢI

Hiện giá của các khoản thu nhập đạt được là:

= NPV(13%;12000;15000;18000;21000;26000+20000)

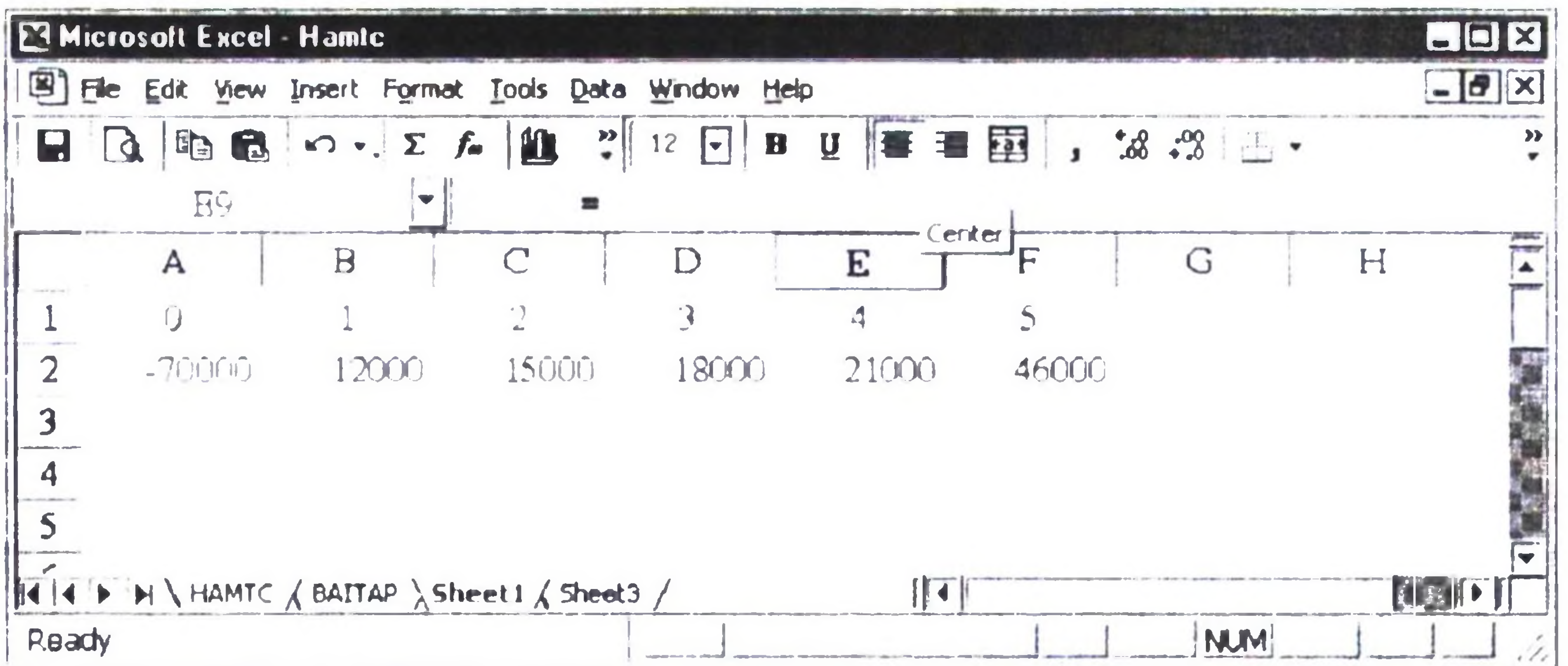
Kết quả sẽ là: 72.688,22.

Vậy hiện giá thuần = 72.688,22 – 70.000 = 2.688,22

Nếu toàn bộ số liệu trên đã được thể hiện vào bảng tính thì có thể tính hàm NPV như sau:

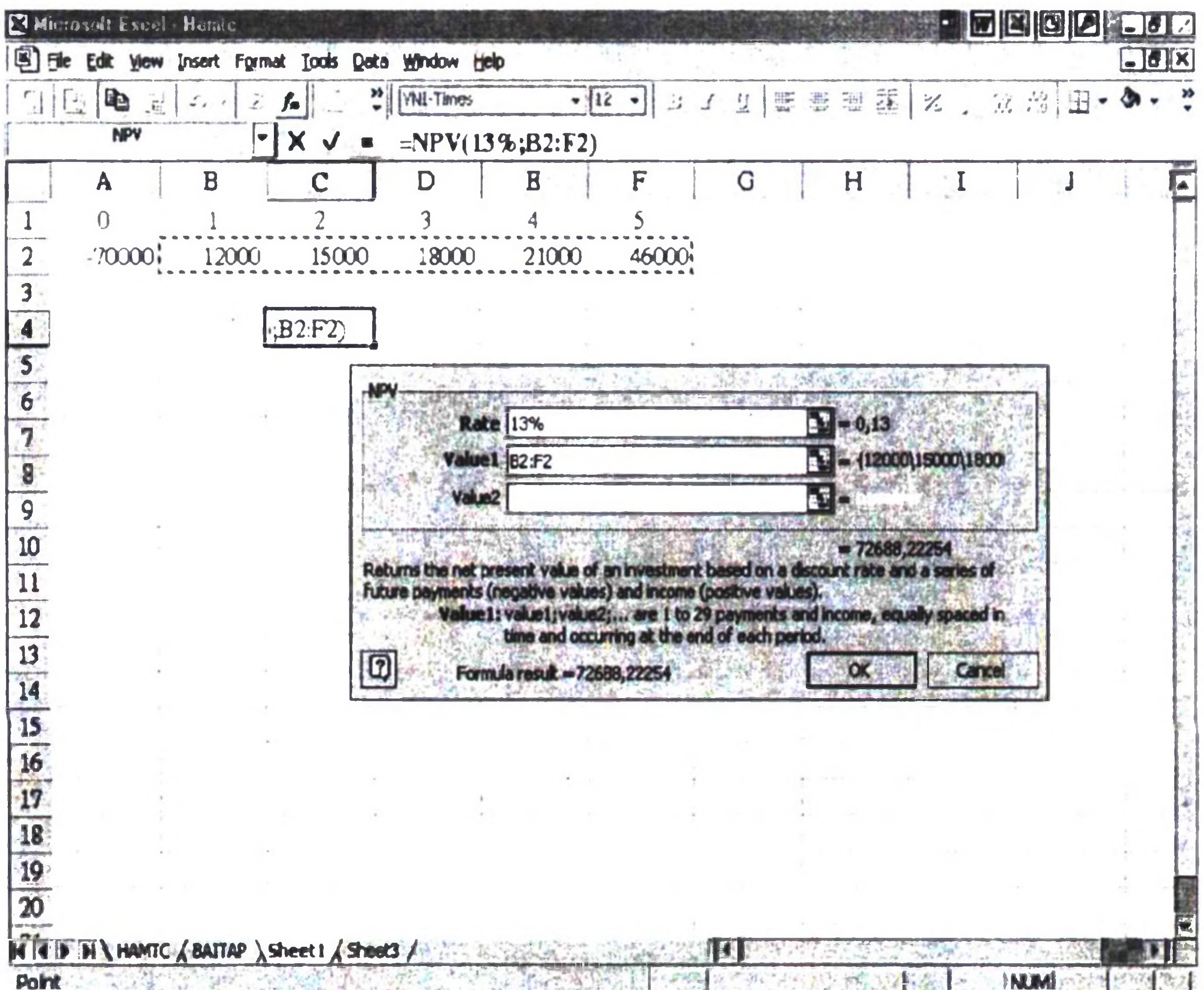
Giả sử toàn bộ số liệu trên được thể hiện vào bảng tính như sau:

(*) Net Present Value – NPV là hiện giá thuần nhưng dường như các chuyên gia lập trình chưa thể hiện hết nội dung của hiện giá thuần vì vậy hàm NPV chỉ tính được hiện giá mà thôi, muốn tính hiện giá thuần phải lấy NPV trừ cho hiện giá vốn đầu tư.



= NPV(13%;B2:F2)

Hay sử dụng chức năng (fx) và quét khối B2:F2 mà không cần phải đánh các địa chỉ vào máy tính, EXCEL tự động điền vào.



Dùng cách này có thể thấy trước kết quả cần tìm.

Ghi chú: Bảng số liệu có thể trình bày dạng dòng hay cột đều được cả.

k. Hàm IRR:

Hàm này cho phép xác định tỷ suất doanh lợi nội bộ của dự án đầu tư.

Kỹ thuật: $=IRR(\{VALUE1;VALUE2;...\};GUESS)$

Guess: Tham số có tính định hướng để EXCEL bắt đầu tính từ đó. Nếu không thể hiện tham số này, EXCEL hiểu là guess bằng zero và công việc tính toán có thể lâu hơn (không đáng kể đối với các máy tính thế hệ mới và có bộ nhớ lớn). Thông thường có hay không có guess EXCEL cũng cho ra kết quả như nhau.

Ví dụ 28:

Thương gia John mua một khách sạn nhỏ giá 70.000\$. Thu nhập đạt được trong thời gian 5 năm đầu lần lượt là: 12.000; 15.000; 18.000; 21.000, 26.000. Cuối năm thứ 5, ông John bán lại khách sạn này thu được 20.000\$. Hỏi tỷ suất doanh lợi nội bộ đầu tư của ông John?

GIẢI

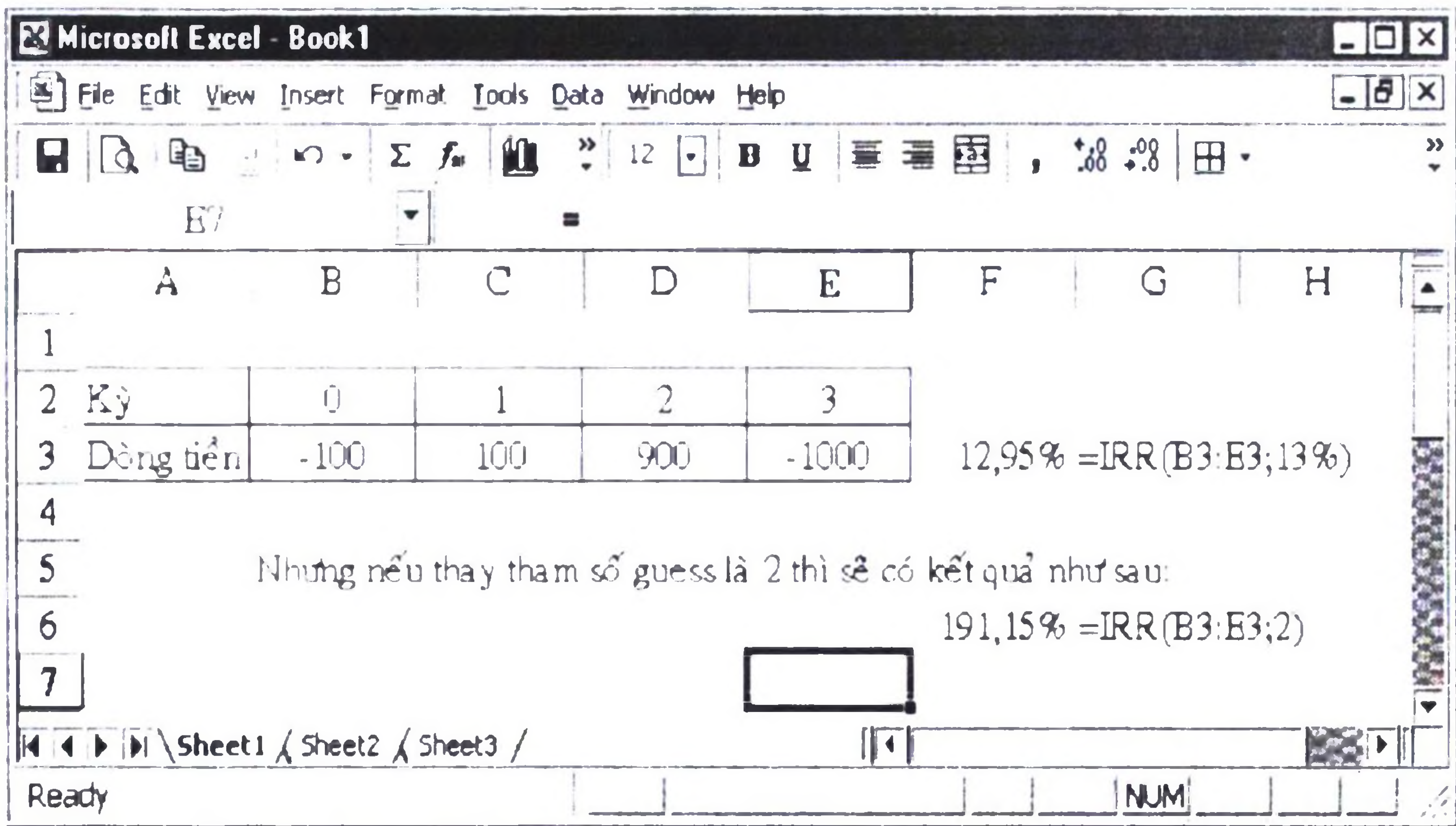
Giả sử ta có bảng tính như sau:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Kỳ	Dòng tiền					
2		0	-70.000					
3		1	12.000					
4		2	15.000					
5		3	18.000					
6		4	21.000					
7		5	46.000					
8	i =	13%						
9	NPV =	2.688,22	=NPV(B9;C3:C7)+C2					
10								
11	IRR =	14,26%	=IRR(C2:C7;13%)					
12	Hay dùng mảng tính như sau:		=IRR((-70000;12000;15000;18000;21000;46000))					
13								
14								

Trên bảng tính đã thể hiện hai cách tính IRR. Trong cách tính thứ hai, tác giả không dùng tham số Guess nhưng kết quả vẫn giống như cách tính 1. Tuy nhiên, trong trường hợp dự án có nhiều IRR thì tham số này sẽ quyết định kết quả.

Ví dụ 29:

Xét dự án có dòng tiền cho bảng như sau:



Dự án cho trong bảng tính có hai IRR là 12,95% và 191,15%. Vì thế hai tham số hướng dẫn khác xa nhau sẽ cho kết quả khác nhau.

1. Hàm MIRR:

Hàm MIRR giúp xác định tỷ suất lợi nhuận tái đầu tư.

Syntax: = MIRR(values;finance_rate;reinvest_rate)

FINANCE_RATE: Tỷ suất lãi vay phải trả.

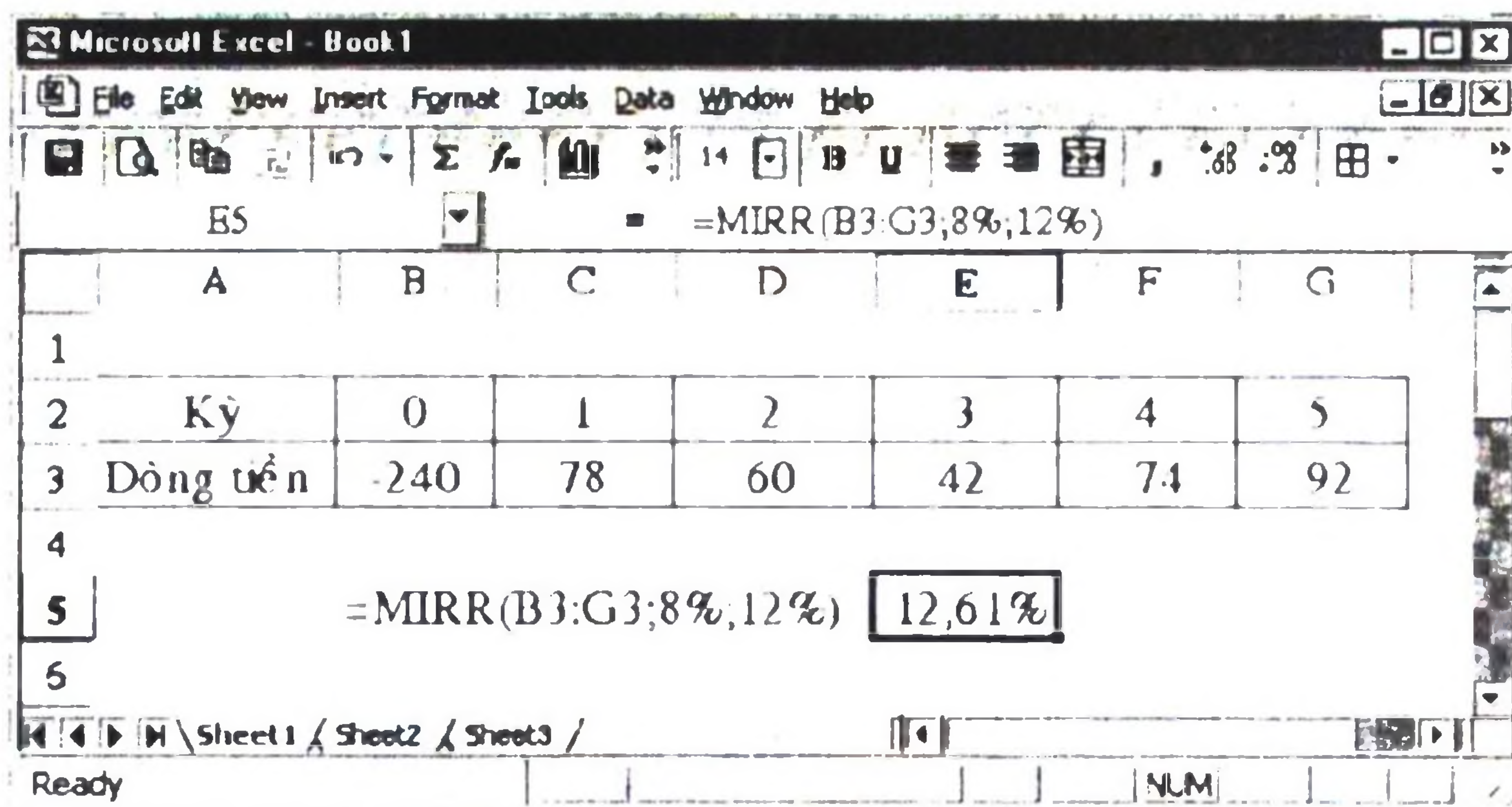
REINVEST_RATE: Tỷ suất lãi tái đầu tư.

Ví dụ 30:

Giả sử 5 năm trước ông Bảy vay một khoản tiền 240.000.000 đồng với lãi suất 8%/năm để đóng tàu đánh bắt cá xa bờ. Thu nhập đạt được từ hoạt động đánh bắt cá hàng năm như sau: 78.000.000; 60.000.000; 42.000.000; 74.000.000; thu nhập từ đánh cá và bán tàu ở năm cuối cùng (năm thứ 5) là 92.000.000. Toàn bộ thu nhập trong suốt quá trình này được đem tái đầu tư với mức lãi suất thu được là 12%/năm. Hãy tính tỷ suất sinh lợi của hoạt động tái đầu tư trên?

GIẢI

Giả sử toàn bộ dòng tiền được thể hiện qua bảng sau:



The screenshot shows an Excel window titled "Microsoft Excel - Book1". The formula bar displays the formula $=\text{MIRR}(\text{B3:G3};8\%;12\%)$. The worksheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Kỳ	0	1	2	3	4	5
3	Dòng tiền	-240	78	60	42	74	92
4							
5		$=\text{MIRR}(\text{B3:G3};8\%;12\%)$					12,61%
6							

The status bar at the bottom shows "Ready" and "NUM".

m. Hàm DB:

Hàm DB cho phép xác định số tiền khấu hao mỗi năm theo phương pháp số dư giảm dần có tính đến tháng lẻ.

Kỹ thuật: $\text{DB}(\text{COST}, \text{SALVAGE}, \text{LIFE}, \text{PERIOD}, \text{MONTH})$

Cost: Nguyên giá tài sản cố định phải tính khấu hao.

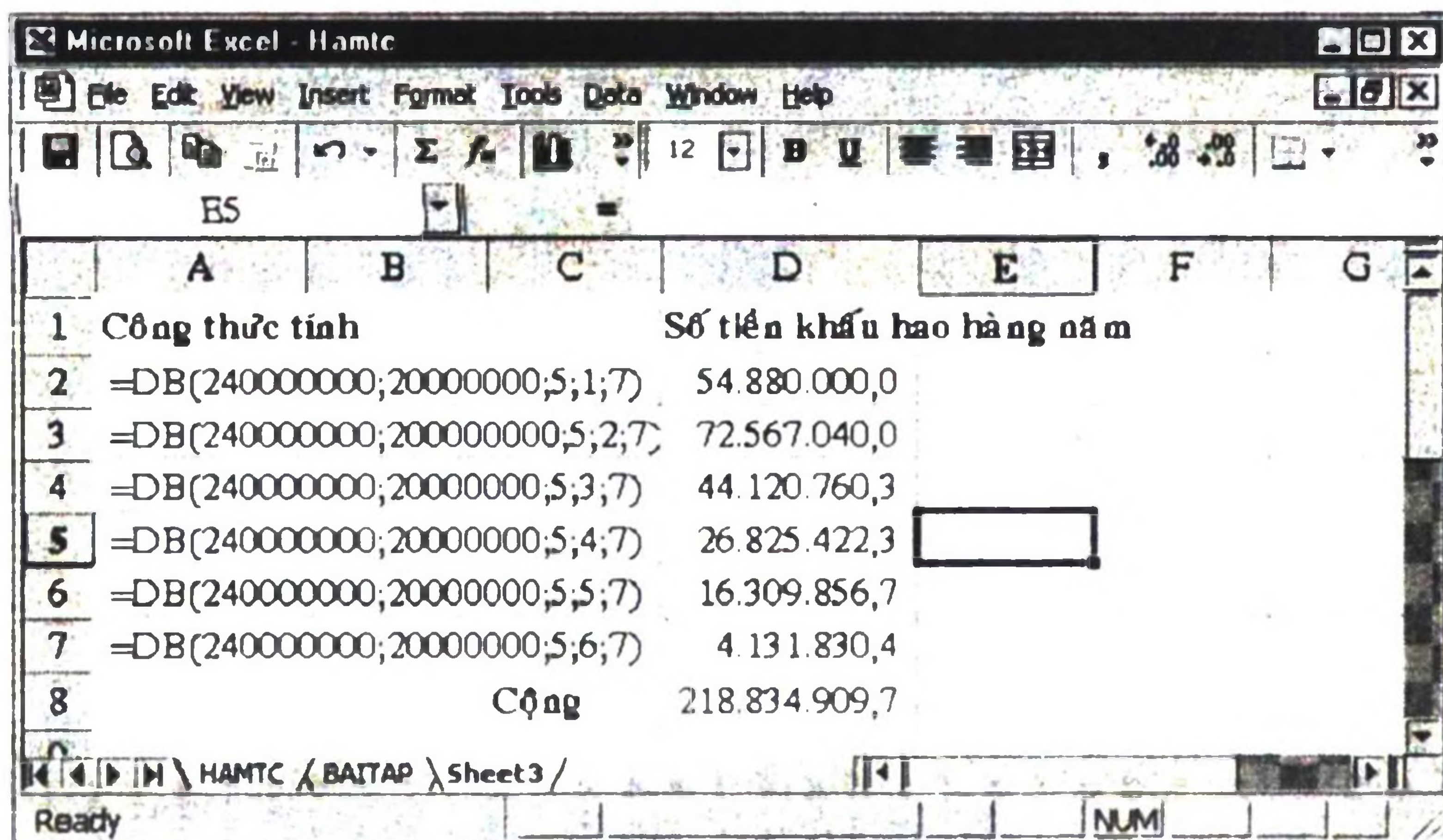
Salvage: Giá trị sa thải khi thanh lý TSCĐ.

Life: Số năm tính khấu hao.

Period: Năm khấu hao.

Month: số tháng lẻ tính khấu hao.

Ví dụ 31: Một thiết bị sản xuất có nguyên giá 240.000.000 đồng, thời gian khấu hao là 5 năm, giá trị sa thải khi thanh lý là 20.000.000 đồng. Thiết bị đưa vào sản xuất đầu tháng 7. Hãy tính số tiền khấu hao hàng năm theo phương pháp số dư giảm dần?



The screenshot shows an Excel window titled "Microsoft Excel - Hamtc". The formula bar displays the formula $=$. The worksheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Công thức tính	Số tiền khấu hao hàng năm					
2		$=\text{DB}(240000000;20000000;5;1;7)$		54.880.000,0			
3		$=\text{DB}(240000000;20000000;5;2;7)$		72.567.040,0			
4		$=\text{DB}(240000000;20000000;5;3;7)$		44.120.760,3			
5		$=\text{DB}(240000000;20000000;5;4;7)$		26.825.422,3			
6		$=\text{DB}(240000000;20000000;5;5;7)$		16.309.856,7			
7		$=\text{DB}(240000000;20000000;5;6;7)$		4.131.830,4			
8		Cộng		218.834.909,7			

The status bar at the bottom shows "Ready" and "NUM".

n. Hàm DDB:

Hàm DDB cho phép xác định số tiền khấu hao mỗi năm theo phương pháp số dư giảm dần.

Kỹ thuật:

= DDB(COST,SALVAGE,LIFE,PERIOD,FACTOR)

FACTOR: Hệ số điều chỉnh. EXCEL cho hệ số mặc nhiên là 2.

Ví dụ 32: Một thiết bị sản xuất có nguyên giá 240.000.000 đồng, thời gian khấu hao là 5 năm, giá trị sa thải khi thanh lý là 20.000.000 đồng. Hãy tính số tiền khấu hao hàng năm theo phương pháp số dư giảm dần?

GIẢI

Dùng hàm DDB tính số tiền khấu hao hàng năm:

= DDB(240000000;20000000;5;1) kết quả là 96.000.000

= DDB(240000000;20000000;5;2) kết quả 57.600.000

= DDB(240000000;20000000;5;3) kết quả 34.560.000

= DDB(240000000;20000000;5;4) kết quả 20.736.000

= DDB(240000000;20000000;5;5) kết quả 11.104.000

o. Hàm SLN:

Hàm SLN cho phép xác định số tiền khấu hao mỗi năm theo phương pháp đường thẳng cố định.

Kỹ thuật: SLN(COST,SALVAGE,LIFE)

Ví dụ 33: Căn cứ vào ví dụ 32 ta tính được số tiền khấu hao mỗi năm như sau:

=SLN(240000000;20000000;5) kết quả 44.000.000

p. Hàm SYD:

Hàm SYD cho phép xác định số tiền khấu hao mỗi năm theo phương pháp tổng số.

Kỹ thuật: SYD(COST,SALVAGE,LIFE,PER)

PER: Năm khấu hao thứ p.

Ví dụ 34: Căn cứ vào ví dụ trên, hãy dùng hàm SYD tính số tiền khấu hao theo phương pháp tổng số?

GIẢI

Microsoft Excel - Hamtc

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

HS

	A	B	C	D	E	F	G
1	NĂM	Công thức tính			Số tiền khấu hao hàng năm		
2	1	=SYD(240000000;20000000;5;1)			73.333.333,3		
3	2	=SYD(240000000;20000000;5;2)			58.666.666,7		
4	3	=SYD(240000000;20000000;5;3)			44.000.000,0		
5	4	=SYD(240000000;20000000;5;4)			29.333.333,3		
6	5	=SYD(240000000;20000000;5;5)			14.666.666,7		
7							
8			Cộng		220.000.000,0		

Ready

Sheet3 /

CAPS NUM

q. Hàm VDB:

Hàm VDB giúp ta xác định số tiền khấu hao TSCĐ trong bất kỳ thời kỳ đặc biệt nào, bao gồm từng phân đoạn theo phương pháp khấu hao số dư giảm dần. Kỹ thuật:

=VDB(cost,salvage,life,start_period,end_period,factor,no_switch)

Start_period: Thời kỳ đầu tiên muốn tính khấu hao.

End_period: Thời kỳ cuối cùng muốn tính khấu hao (end_period ≤ life).

No_switch: Tham số qui định chuyển đổi phương pháp từ phương pháp số dư giảm dần sang phương pháp tuyến tính cố định. Chỉ có hai tham số là TRUE và FASLE.

Ví dụ 35: Một TSCĐ có nguyên giá là 2.400\$, giá trị sa thải khi thanh lý là 200\$. Hãy dùng hàm VDB tính số tiền khấu hao hàng năm, tính số tiền còn phải khấu hao sau khi đã khấu hao năm thứ 1, thứ 2, 3, 4 và tính tổng số tiền khấu hao từ năm thứ 1 đến năm thứ 3?

GIẢI

Microsoft Excel - Hamtc

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

D8 = =VDB(2400;200;5;4;5)

	A	B	C	D	E	F
	NĂM	Công thức		Số tiền khấu hao		
1		tính		hàng năm		
2	1	=VDB(2400;200;5;0;1)		960,00\$		
3	2	=VDB(2400;200;5;1;2)		576,00\$		
4	3	=VDB(2400;200;5;2;3)		345,60\$		
5	4	=VDB(2400;200;5;3;4)		207,36\$		
6	5	=VDB(2400;200;5;4;5)		111,04\$		
7				Công thức		Số tiền
8	Số tiền KH năm cuối cùng	=VDB(2400;200;5;4;5)				111,04\$
9	Tổng số tiền KH 2 năm cuối cùng	=VDB(2400;200;5;3;5)				318,40\$
10	Tổng số tiền KH 3 năm cuối cùng	=VDB(2400;200;5;2;5)				664,00\$
11	Tổng số tiền KH 4 năm cuối cùng	=VDB(2400;200;5;1;5)				1.240,00\$
12						
13	Tổng số tiền KH từ năm 1- năm thứ 3	=VDB(2400;200;5;0;3)				1.881,60\$
14						

HAMTC \ BAITAP \ Sheet3 /

Ready

NUM

r. Hàm FVSCCHEDULE

Tính giá trị tương lai của một khoản đầu tư khi lãi suất thay đổi liên tục trong các kỳ.

Công thức tính:

$FVSCCHEDULE = principal * (1 + rate1) * (1 + rate2) * ... * (1 + raten)$

Với *rate1*, *rate2* ...*raten* lần lượt là lãi suất kỳ thứ 1,2 ... n

Cú pháp: =FVSCCHEDULE(*principal*, *schedule*)

Trong đó:

principal là giá trị hiện tại của một khoản đầu tư

schedule là một dãy lãi suất được áp dụng

Ví dụ 36: Tính số tiền lãi phải trả cho một khoản vay 1.000\$ có lãi suất thay đổi theo các kỳ lần lượt là 10%; 11%; 11,5%; 11,6%;12%. Sử dụng hàm *FVSCCHEDULE* ta có:

=FVSCCHEDULE(1000;{0,1;0,11;0,115;0,116;0,12}) kết quả thu được là 1.701,66

Trường hợp số liệu đã có sẵn trong bảng tính như trong hình bên dưới thì thực hiện như sau:

Microsoft Excel - Book1

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

100% 12 B %

C10	=FVSCHEDULE(C2;C3:C7)					
	A	B	C	D	E	F
1						
2		Vốn gốc,	1000			
3		Lãi suất năm thứ 1	0,1			
4		Lãi suất năm thứ 2	0,11			
5		Lãi suất năm thứ 3	0,115			
6		Lãi suất năm thứ 4	0,116			
7		Lãi suất năm thứ 5	0,12			
8			1701,66	=C2*(1+C3)*(1+C4)*(1+C5)*(1+C6)*(1+C7)		
9						
10			1701,7	=FVSCHEDULE(C2;C3:C7)		

Sheet1 Sheet2 Sheet3

Ready Sum=1701,659837 NUM

Bảng tính trên cho thấy cách tính theo công thức hay tính theo hàm FVSCHEDULE đều cho kết quả như nhau.

Đầu tư vào chứng khoán là một lĩnh vực đầu tư tài chính hết sức quan trọng của doanh nghiệp. Chính vì thế việc tính toán lãi suất đầu tư chứng khoán là hết sức cần thiết. Để việc tính toán đơn giản, nhanh chóng và chính xác Excel cung cấp một số hàm tính toán giá trị đầu tư như hàm *ACCRINTM*, *INTRATE*, *RECEIVED*, *DISC*...

Các tham số ngày tháng của các hàm tính giá trị chứng khoán trong Excel đều được đưa vào dưới dạng một chuỗi số tuần tự. Để đổi ngày tháng ra chuỗi số tuần tự ta có thể dùng hàm *DATE(year,month, day)*.

s. Hàm ACCRINTM (Accrued Interest at Maturity)

Tính lãi gộp cho một chứng khoán (trái phiếu) trả vào ngày tới hạn

Cú pháp: = *ACCRINTM(issue, maturity, rate, par, basis)*

Trong đó:

Issue: là ngày phát hành

Maturity: là ngày tới hạn

Rate: là tỷ suất của trái phiếu

Par: là giá trị danh nghĩa mỗi trái phiếu. Nếu bỏ qua Excel sẽ gán là \$1.000

basis là số ngày cơ sở. Nếu chọn tháng có 30 ngày và năm có 360 ngày thì *basis* = 0, còn tháng theo số ngày thực tế và năm cũng theo ngày thực tế (365 hoặc 366) thì *basis* = 1, năm có 360 ngày thì *basis* là 2, nếu chọn tháng theo ngày thực và năm có 365 ngày thì *basis* là 3, chọn *basis* = 4 cho European 30/360.

Công thức tính:

$$ACCRINTM = par * rate * (A / D)$$

Với D là năm cơ sở, A là số ngày tính từ ngày phát hành đến ngày tới hạn

Ví dụ 37: Tính lãi gộp cho một trái phiếu kho bạc phát hành ngày 15/02/2005 và ngày tới hạn là 18/03/2006 có tỷ suất là 4%/năm và mệnh giá trái phiếu là 1000\$. (tính một năm có 365 ngày).

Sử dụng hàm *ACCRINTM*

=ACCRINTM("02/15/05","03/18/06",0.04,1000,1) ⌞ kết quả là 13.39726

Chú ý: Thời gian từ ngày 15/02/2005 đến ngày 18/3/2006 là 396 ngày.

Microsoft Excel - Book1		
File Edit View Insert Format Tools Data Window Help		
Σ 100% 12 B %		
B8 =ACCRINTM(A2;A3;A4;A5;A6)		
	A	B
1	Dữ liệu	Diễn giải
2	01-Apr-08	Ngày phát hành
3	15-Jun-08	Ngày đáo hạn
4	10%	Lãi suất năm
5	1000	Mệnh giá
6	3	Ngày thực/365
7	Công thức	Kết quả
8	=ACCRINTM(A2,A3,A4,A5,A6)	20,547945
9		
Sheet1 Sheet2 Sheet3		
Ready NUM		

t. Hàm INTRATE (Interest Rate)

Tính lãi suất của một chứng khoán được đầu tư hết theo cách tính lãi đơn.

Công thức tính

$$\text{INTRATE} = \left(\frac{\text{redemption} - \text{investment}}{\text{investment}} \right) * \left(\frac{B}{\text{DIM}} \right)$$

Cú pháp:

=INTRATE(settlement,maturity,investment,redemption,basis)

Trong đó:

Settlement: là ngày thanh toán

Maturity: là ngày tới hạn

Investment: khoản tiền đầu tư

Redemption: là khoản tiền thu được vào ngày tới hạn

Basis: là số ngày cơ sở

Chú ý: Cần phân biệt giữa ngày thanh toán (*Settlement day*), ngày phát hành (*Issue day*) và ngày tới hạn (*Maturity day*). Nếu có một trái phiếu chính phủ có thời hạn là 5 năm được phát hành ngày 01/04/2000 và 1 tháng sau thì có người mua chứng khoán này thì ngày thanh toán là 01/05/2000 và ngày tới hạn là 01/04/2005.

Với B là số ngày trong năm cơ sở, DIM là số ngày tính từ ngày thanh toán tới ngày tới hạn.

Ví dụ 38: Tính lãi suất cho một chứng khoán có ngày thanh toán là 01/02/2005, ngày tới hạn là 18/06/2006, tiền đầu tư là 10.000, tiền thu được là 12.000, cơ sở là 0.

Sử dụng hàm *INTRATE* ta tính được lãi suất như sau:

Microsoft Excel - Book1		
File Edit View Insert Format Tools Data Window Help		
100% 12 B %		
B4 Mệnh giá trái phiếu		
	A	B
1	Dữ liệu	Diễn giải
2	01/02/05	Ngày mua trái phiếu
3	18/06/06	Ngày đáo hạn của trái phiếu
4	1.000,00	Mệnh giá trái phiếu
5	1.200,00	Giá trị cuối (vốn và lãi thu được khi đáo hạn)
6	0	Cơ sở (30/360)
7	14,49%	=INTRATE(DATE(2005;2;1);DATE(2006;6;18);1000;1200;0)
8	Hay	=INTRATE(A2;A3;A4;A5;0)
Sheet1 / Sheet2 / Sheet3 /		
Ready NUM		

Ghi chú: DIM = 497 ngày.

u. Hàm RECEIVED

Tính số tiền thu được vào ngày tới hạn của một chứng khoán được đầu tư hết.

Cú pháp:

=RECEIVED(settlement,maturity,investment,discount,basi)

Trong đó: *discount* là tỷ suất chiết khấu, các tham số khác tương tự hàm *INTRATE*

Công thức tính:

$$RECEIVED = \frac{\text{investment}}{1 - (\text{discount} * DIM/B)}$$

Ví dụ 39: Tính giá trị tới hạn cho một chứng khoán có ngày thanh toán là 01/02/2005, ngày tới hạn là 18/06/2006, tiền đầu tư là 10.000, lãi suất chiết khấu là 14,487%, cơ sở là 0.

Sử dụng hàm *RECEIVED* ta có:

Microsoft Excel - Book1		
File Edit View Insert Format Tools Data Window Help		
B6 Cơ sở (30/360)		
	A	B
1	Dữ liệu	Diễn giải
2	01/02/05	Ngày mua trái phiếu
3	18/06/06	Ngày đáo hạn của trái phiếu
4	1.000,00	Mệnh giá trái phiếu
6	0	Cơ sở (30/360)
7	14,4870%	Lãi suất chiết khấu
8	1250,00	=RECEIVED(A2;A3;A4;A7;0)
11		
Sheet1 / Sheet2 / Sheet3 /		
Ready NUM		

v. Hàm DISC (Discount)

Tính tỷ suất chiết khấu của một chứng khoán.

Cú pháp: *=DISC(settlement,maturity,pr,redemption,basis)*

Trong đó:

Pr: là giá trị mỗi 100 mệnh giá của chứng khoán

Redemption: là giá trị phải trả cho mỗi chứng khoán 100, các tham số khác tương tự như ở trên

Công thức tính:

$$DISC = \frac{redemption - pr}{pr} \times \frac{B}{DSM}$$

Với *DSM* là số ngày giữa ngày thanh toán và ngày tới hạn của chứng khoán.

Ví dụ 40: Tính tỷ suất chiết khấu cho một trái phiếu được mua lại ngày 12/05/2005 có ngày tới hạn là 19/05/2006, giá mua 96,18 cho mệnh giá 100, giá trị phải trả khi tới hạn là 100.

Sử dụng hàm *DISC* ta có:

Microsoft Excel - Book1

File Edit View Insert Format Tools Data Window Help

Σ 12 B % .00 .00

A8 =DISC(A2;A3;A4;A5;A6)

	A	B
1	Data	Description
2	12/05/05	Settlement date
3	19/05/06	Maturity date
4	96,18	Price
5	100,00	Redemption value
6	1	Actual/360 basis (see above)
7	Formula	Description (Result)
8	3,75%	=DISC(A2;A3;A4;A5;A6)

Sheet1 Sheet2 Sheet3

Ready NUM

BÀI TẬP

Bài 1: Hãy dùng các hàm EXCEL để giải lại các bài tập trong chương 3 "chuỗi tiền tệ", chương vay thông thường & chương đầu tư?

Bài 2: Công ty Z vay số tiền 25 tỷ đồng trả dần đều trong 10 năm, mỗi năm trả 1 lần, lần trả đầu tiên là 1 năm sau ngày vay. Hãy lập dòng thứ sáu của bảng hoàn trả? Biết rằng lãi suất tiền vay là 10%.

Bài 3: Công ty XYZ vay số tiền 35 tỷ đồng, hợp đồng qui định trả dần đều trong 10 năm, mỗi năm trả 1 lần, lần trả đầu tiên là 1 năm sau ngày vay. Hãy lập bảng hoàn trả? Biết rằng lãi suất tiền vay là 10%.

Bài 4: Anh Ba B cố gắng để dành tiền tiết kiệm với mong muốn đúng 3 năm sau sẽ có được 123.307.610 đồng để mua một căn nhà nhỏ. Nếu anh Ba B gửi tiết kiệm với lãi suất 1%/tháng thì bình quân mỗi tháng anh Ba B phải gửi vào tiết kiệm số tiền là bao nhiêu? Biết rằng trước khi gửi 1 tháng, tiền gửi ngân hàng của anh Ba đã có 35.000.000đ.

Bài 5: Anh Mẫn muốn mua 1 căn nhà giá khoảng 210.000.000 đồng. Để thực hiện ý đồ này, anh Mẫn gửi tiết kiệm vào ngân hàng mỗi tháng 2.000.000 đồng, lãi suất được hưởng 0,8%/tháng. Hãy tính xem anh Mẫn phải mất bao lâu thời gian mới có thể thực hiện được ước muốn của mình? Nếu số lần gửi không chẵn hãy qui tròn theo nguyên tắc số nguyên cao hơn gần nhất.

Biết rằng ngay khi gửi anh Mẫn đã có tiền gửi ở ngân hàng là 20.000.000 đồng.

Bài 6: Một hãng xe máy bán một loại xe trị giá 1.600\$, trả góp trong 24 tháng, cụ thể: trả trước 600\$, số còn lại trả đều trong 23 tháng mỗi tháng 55\$, riêng tháng thứ 24 trả 30\$. Hỏi lãi suất hãng tính cho khách hàng là bao nhiêu?

Bài 7: Một người vay 10 triệu trong 1 năm với lãi suất ưu đãi là 0,5% tháng nhưng phải trả phí ngay khi vay 100.000. Tính lãi suất vay thực tế.

Bài 8: Một người dự định gửi tiết kiệm đều đặn hàng tháng 500 nghìn với lãi suất 0,9%/ tháng, nhưng đến lần thứ 11 vì có việc gia đình nên thay vì tiếp tục gửi anh ta lại rút hết về cả vốn lẫn lãi. Hỏi số tiền rút về là bao nhiêu?

Bài 9: Công ty ABC mua 1 TSCĐ có nguyên giá 960 triệu đồng, thời gian sử dụng hữu ích là 5 năm, giá trị thanh lý khi hết hạn khấu hao dự tính là 60 triệu.

Yêu cầu: Tính số tiền khấu hao hàng năm theo phương pháp:

1. Tuyến tính cố định?
2. Tổng số?
3. Số dư giảm dần?

PHẦN BÀI GIẢI

CHƯƠNG 1: LÃI ĐƠN

Bài 1:

Gọi x là số tiền lớn nhất gửi ở ngân hàng, $x > 0$.

Gọi y là số tiền nhỏ nhất gửi ở ngân hàng, $y > 0$.

Gọi z là số tiền còn lại gửi ở ngân hàng, $z > 0$.

Vì ba số tiền trên hợp thành cấp số nhân nên:

$$x < y < z = 4x = q^2 x \Rightarrow q = 2$$

$$11\%x + 12\% \cdot 2x + 13\% \cdot 4x = 87$$

$$\Rightarrow x = 100; y = 200; z = 400$$

Bài 2:

Cách giải tương tự bài 1, kết quả là:

Số tiền lớn nhất gửi ở ngân hàng là 300

Số tiền nhỏ nhất gửi ở ngân hàng là 100

Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng là 200

Bài 3:

Từ 20/5 đến 31/7 có 72 ngày

Từ 31/7 đến 18/9 có 49 ngày

Từ 18/9 đến 30/11 có 73 ngày

1/ Tổng số tiền lãi thu được theo phương pháp lãi đơn.

$$= 50 \cdot (72 \cdot 12\% + 10\% \cdot 49 + 15\% \cdot 73) / 360 = 3,40139$$

2/ Lãi suất trung bình

$$\frac{(72 \cdot 12\% + 10\% \cdot 49 + 15\% \cdot 73) / 360}{(72 + 49 + 73) / 360} = 12,62\%$$

Bài 4:

Số tiền lãi trả ngay khi đầu tư: $40 \times \frac{12\%}{12} \times 20 = 8$

Lãi suất thực: $\frac{8}{40 - 8} \times \frac{12}{20} = 15\% / \text{năm}$

Bài 5:

Lãi tiền vay:

$$I = V_n - V_o = 543,6\text{tr} - 540\text{tr} = 3,6\text{tr}$$

$$I = \frac{V_o \cdot n \cdot i}{360} \Rightarrow n = \frac{360 I}{V_o \cdot i} = \frac{360 \times 3,6}{540 \times 12\%} = 20 \text{ ngày}$$

Bài 6:

Từ 30/4 – 30/5 có 30 ngày

Từ 30/4 – 25/5 có 25 ngày

Từ 20/4 – 30/5 có 40 ngày

1/ Với lãi suất 11% thì tổng lãi vay phải trả: .

$$400 \times 30 \times \frac{11\%}{360} + 300 \times 25 \times \frac{11\%}{360} + 500 \times 40 \times \frac{11\%}{360} = 12,0694$$

2/ Với lãi suất 12%/năm thì tổng lãi vay phải trả:

$$(400\text{tr} \times 30 + 300 \times 25 + 500 \times 40) 12\%/360 = 13,1667$$

Bài 7:

Gọi x là số tiền gửi ở ngân hàng X, $x > 0$

Gọi y là số tiền gửi ở ngân hàng Y, $y > 0$

Ta có: $I_x = 2 I_y$

$$15 \times 14\%x = 2 \times 12 \times 12,5y$$

$$2,1x = 3y \quad (1) \rightarrow x > y \quad (2)$$

Theo giả thiết: $|x - y| = 30$

Từ (2) $\rightarrow x = y + 30 \quad (3)$

Thay (3) vào (1) và giải ta có $y = 70$ và $x = 100$

Bài 8:*DVT: Triệu đồng*

Ta có:

$$x \cdot i = 10,8 \Rightarrow x = \frac{10,8}{i}$$

$$y(1\% + i) = 13,26 \Rightarrow y = \frac{13,26}{1\% + i}$$

$$\text{Mặt khác: } x + y = 300 \Leftrightarrow \frac{10,8}{i} + \frac{13,26}{i + 1\%}$$

$$\Leftrightarrow 300i^2 - 21,06i - 0,108 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = 7,5\% \\ i_2 = -0,48\% < 0 \end{cases} \text{ loại kết quả này}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{10,8}{7,5\%} = 144$$

$$y = 300 - x = 156$$

Bài 9:Gọi x là số tiền Bác Tám gửi ở Ngân hàng X, $x > 0$ và $i > 0$ Gọi y là số tiền Bác Tám gửi ở Ngân hàng Y, $y > 0$ *Đơn vị tính: 1.000.000đ*

Ta có:

$$x \cdot i = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{i}$$

$$y(1 + 0,5\%) = 21 \Rightarrow y = \frac{21}{1 + 0,5\%}$$

Từ giả thiết $|y - x| = 50$. Ta có:

$$y - x = 50 \quad (1) \text{ và } x - y = 50 \quad (2)$$

Từ phương trình (1) thay x và y vào để giải phương trình tìm ra

$$i_1 = 10\% \text{ với } x = 150 \text{ và } y = 200$$

$$i_2 = 1,5\% \text{ với } x = 1.000 \text{ và } y = 1.050$$

Giải tiếp phương trình (2) để tìm ra cặp nghiệm khác.

Bài 10:

Gọi x là số tiền gửi ở NH X hưởng lãi suất i_1 , $x > 0$ và $i_1 > 0$

Gọi y là số tiền gửi ở NH Y hưởng lãi suất i_2 , $y > 0$ và $i_2 > 0$

Đơn vị tính: 1.000.000đ

Ta có:

$$x \cdot i_1 + y i_2 = 58,5 \quad (1)$$

$$x \cdot i_2 + y i_1 = 59 \quad (2)$$

$$|i_1 - i_2| = 0,5\% \text{ tức là } i_1 - i_2 = 0,5\% \quad (3)$$

$$\text{hoặc } i_2 - i_1 = 0,5\% \quad (4)$$

$$x + y = 500 \quad (5)$$

Giải hệ phương trình (1) (2) (3) (5) sẽ tìm được

$$x = 200; y = 300; i_1 = 11,5\% \text{ và } i_2 = 12\%$$

Giải hệ phương trình (1) (2) (4) và (5) sẽ có kết quả ngược lại.

Bài 11:

Thời gian từ 1/4 – 1/6 là 61 ngày

1/6 – 15/7 là 44 ngày

15/7 – 20/9 là 67 ngày

20/9 – 15/12 là 86 ngày

Lãi suất tiền vay bình quân:

$$i = \frac{\sum i_k n_k}{\sum n_k} = \frac{(11\% \times 61 + 11,5\% \times 44 + 10\% \times 67 + 13\% \times 86) / 360}{(61 + 44 + 67 + 86) / 360} = 11,4922\%$$

$$\text{Tổng lãi phải trả } I = 50.000.000 \text{ đ} \times \frac{11,4922\%}{360} \times 258 = 4.118.056 \text{ đ}$$

Bài 12:

$$\text{Số ngày vay: } n = \frac{360 I}{V_0 \cdot i} = \frac{360 \times 200}{2500 \times 12\%} = 240 \text{ ngày}$$

Ngày đáo hạn là 28/9/2007

Bài 13:

Từ 12/3/2006 đến 18/7/2006 có 128 ngày

$$\text{Số vốn vay } V_0 = \frac{360 I}{i.n} = \frac{360 \times 65,28}{12\% \times 128} = 1.530 \text{ tr}$$

Bài 14:

$$\text{Lãi suất danh nghĩa: } 2.500 \times 13\% \times 6/12 = 162,5$$

$$\text{Chi phí trả ngay: } 2.500 \times 0,2\% = \underline{5,0}$$

$$\text{Cộng: } \underline{167,5}$$

$$1/ \text{ Lãi suất thực: } i_t = \frac{167,5}{2.500 - 5} \times \frac{12}{6} \cong 14,15\%$$

$$2/ \text{ Lãi suất thực: } i_t = \frac{167,5}{2.500 - 167,5} \times \frac{12}{6} \cong 15,13\%$$

Bài 15:

Gọi x là tổng số tiền Bác Ba gửi ở NH, $x > 0$

Gọi i là lãi suất tiền gửi ở NH, $i > 0$

$$\text{Ta có: } 3/5 (9) xi + 2/5(11) xi = 10,78\%x$$

$$\rightarrow i = 1,1\%$$

CHƯƠNG 2: TÀI KHOẢN VẮNG LẠI

Bài 1:

Lãi suất 8,16%/năm tương đương 4%/6 tháng

Tổng số tiền gửi $V_{5\text{ năm}} = 100.000.000 (1 + 4\%)^{10} = 148.024.428đ$

Bài 2:

Theo phương pháp thương mại

$$V_0 = V_n(1+i)^{-n} = 800 (1 + 8\%)^{-4\frac{3}{4}} = 555,04366\text{tr.đ}$$

Theo phương pháp hợp lý:

$$V_0 = \frac{V_n}{(1+i)^n \left(1 + \frac{u}{v}i\right)} + \frac{800}{(1+8\%)^4 (1+8\% \times 3/4)} = 554,73951 \text{ tr.đ}$$

Bài 3:

a/ $V_6 = 1,2 (1 + 10\%)^6 = 2,1258732$ tỷ đồng

b/ $V_{3\text{ năm } 6\text{ tháng}} = 1,2 (1 + 10\%)^{3,5} = 1,6751575$ tỷ đồng

Bài 4:

a/ $I_n = V_n - V_0 = 400 [(1 + 3 \times 0,8\%)^3 (1 + 3 \times 0,9\%)^4 (1 + 3 \times 1,01\%)^6 (1 + 3 \times 0,85\%)^3 - 1] = 216,3549$

b/ $\overline{i}_{\text{quý}} = \sqrt[16]{\frac{400 + 216,3549}{400}} - 1 = 2,739\% / \text{quý}$

$$\overline{i}_{\text{tháng}} = \frac{2,739\%}{3} = 0,913\% / \text{tháng}$$

Bài 5:

Gọi x là số tiền nhỏ nhất Bác Ba gửi ở NH, $x > 0$

Gọi z là số tiền lớn nhất gửi ở NH, $z > 0$

Gọi y là số tiền còn lại gửi ở NH, $y > 0$

Ta có: $x < y < z = x + 2r = 3x \rightarrow r = x$

$$I = (1 + 11\%)^3 x + 2x (1 + 12\%)^3 + 3x (1 + 10\%)^3 - (x + 2x + 3x) \\ = 217.048.700$$

$$\rightarrow x = 100.000.000$$

$$y = 2x = 200.000.000$$

$$z = 3x = 300.000.000$$

Bài 6:

Số tiền thu được sau 2 năm cho vay:

$$V_2 = 30 (1 + 12\%)^2 = 37,632$$

Số tiền thu được sau 3 năm 4 tháng cho vay (theo phương pháp thương mại)

$$V_{3 \text{ năm } 4 \text{ tháng}} = 30 (1 + 12\%)^{3,25} = 43,359057$$

Số tiền thu được theo phương pháp hợp lý

$$V_{3 \text{ năm } 4 \text{ tháng}} = 30(1 + 12\%)^3 \left(1 + \frac{12\%}{12} \times 4 \right) = 43,8338$$

Bài 7:

Gọi x là số tiền lớn nhất gửi ở NH X, $x > 0$

Gọi y là số tiền nhỏ nhất gửi ở NH Y, $y > 0$

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Ta có:

$$y < yq < yq^2 < x = yq^3 = 2,197x$$

$$\Rightarrow q = \sqrt[3]{2,197} = 1,3$$

$$\text{Vậy } I = y (1 + 8,5\%)^3 + 1,3y(1 + 9\%)^3 + 1,3^2y (1 + 9\%)^3 + 2y \\ 197y (1 + 10\%)^3 - (y + 1,3y + 1,3^2y + 2,197y) = 188.663.284đ$$

$$\rightarrow y = 100.000.000đ$$

$$x = 219.700.000đ$$

Các số tiền còn lại lần lượt là 130.000.000đ và 169.000.000đ

Bài 8:

Tổng số tiền ông N rút ra là:

$$V_n = [(50 \times 1,1^2 + 60) (1 + 12\%) + 75,68] (1 + 11\%)^3 \\ = 288,077794 \text{tr}$$

Bài 9:

Tổng lãi khi kết thúc đợt cho vay:

$$I = 2 [(1 + 1,1\% \times 6)^2 (1 + 1,2\% \times 6)^3 (1 + 1\% \times 6)^4 - 1] \\ \cong 1,5346973$$

Lãi suất bình quân 2 quý:

$$\bar{i} = \sqrt[2]{(1 + 6,6\%)^2 (1 + 7,2\%)^3 (1 + 6\%)^4} - 1 \cong 6,53\% / 6 \text{ tháng}$$

$$\text{Lãi suất bình quân tháng: } \bar{i} = \frac{6,53\%}{6} \cong 1,089\% / \text{ tháng}$$

Bài 10:

Tổng số tiền ông Băy rút ra là:

$$V_n = 100 (1 + 0,55\% \times 3) (1 + 0,63\% \times 3) (1 + 0,7\% \times 3)^2 \\ = 107,9668497 \text{tr}$$

CHƯƠNG 3: CHUỖI TIỀN TỆ

Bài 1:

Số tiền trả dần đều mỗi năm trong 5 năm sau:

$$a = \frac{80.000(1 - 40\%)}{5} = 9.600$$

Gọi i là lãi suất ngầm người mua phải chịu, ta có:

$$PV = 70.000 = 80.000 \times 40\% + 9.600 \times \frac{1 - (1 + i)^{-5}}{i} (1 + i)^{-1}$$

Nếu $i = 6\%$ thì $PV = 70.149,71$

$i = 6,5\%$ thì $PV = 69.459,646$

$$\text{Vậy: } i = 6\% + (6,5\% - 6\%) \times \frac{70.000 - 70.149,71}{69.459,646 - 70.149,71} \cong 6,11\%$$

Bài 2:

Số tiền gửi ngân hàng mỗi quý từ đầu năm lớp 10 đến cuối năm thứ 4 đại học tạo thành chuỗi tiền tệ cố định

Số tiền còn lại sau khi ông Ba rút ra lần thứ nhất:

$$FV_1 = 15 \times \frac{(1 + 3\%)^{12} - 1}{3\%} (1 + 3\%) \times 50\% = 109,63343$$

Số tiền còn lại sau khi ông Ba rút ra lần thứ 2:

$$\begin{aligned} FV_2 &= FV_1 (1 + 3\%) \times 50\% = 109,63343 (1 + 3\%) \times 50\% \\ &= 56,461216 \end{aligned}$$

Số tiền con trai ông Ba có khi tốt nghiệp Đại học:

$$FV_n = 56,461216 (1 + 3\%)^{15} + 25 \times \frac{(1 + 3\%)^{14} - 1}{3\%} (1 + 3\%) = 527,93758$$

Kết luận: Số tiền rút ra đủ để mở công ty

Bài 3:*DVT: 1.000.000đ*

Ta có:

$$PV = 100 = 35 + 10 \times \frac{1 - (1 + i)^{-10}}{i}$$

Dùng nội dung tính ra: $i \cong 8,71\%$

Số tiền trả 1 lần sau 3 năm:

$$V_3 = 100(1 + 8,71\%)^3 \cong 128,472$$

Bài 4:

Gọi x là tổng số tiền thanh toán:

→ Số tiền trả lần đầu tiên là $30\%x$ Số tiền trả đều mỗi tháng là $70\%x/12$

$$\text{Ta có: } PV = 20.000.000 = 30\%x + \frac{70\%x}{12} \times \frac{1 - (1 + 1,5\%)^{-12}}{1,5\%}$$

$$\Rightarrow x \cong 21.361.333 \text{ đ}$$

Bài 5:*DVT: 1.000.000đ*

Gọi a là số tiền gửi mỗi quý:

Ba năm là 12 quý

Ta có:

$$52(1 + 2\% \times 3)^{12} + a \frac{(1 + 2\% \times 3)^{12} - 1}{2\% \times 3} (1 + 2\% \times 3) = 289,41$$

$$\Rightarrow a \cong 10,33298$$

Bài 6:

Hiện giá của CTT thanh toán theo phương án 1:

$$PV = 115 \times \frac{1 - (1 + 12\%)^{-5}}{12\%} (1 + 12\%) + 200(1 + 12\%)^{-5} = 550,8098$$

Kết luận: Ông John nên chọn phương án 2.

Bài 7:

Lãi suất bình quân 1 năm

$$\bar{i} = \sqrt[5]{(1+10\%)^5 (1+11\%)^5 (1+12\%)^5} - 1 = 10,997\%$$

Số tiền thanh toán hàng năm:

$$a = 2000 \times \frac{10,997\%}{1 - (1+10,997\%)^{-15}} = 278,0844 \text{ tr}$$

Bài 8:

Gọi x là tổng số tiền thanh toán

Số tiền trả dần đều hàng tháng: $a = \frac{70\%x}{10}$

$$PV = 17.000.000 = 30\%x + \frac{70\%x}{10} \times \frac{1 - (1+0,9\%)^{-10}}{0,9\%}$$

$$\Rightarrow x \approx 17.588.110$$

Vậy: $a = \frac{17.588.110 \times 70\%}{10} = 1.231.168 \text{ đ}$

Bài 9:

DVT: 1.000.000 đồng

Gọi x là số tiền mỗi người con nhận được khi đủ 18 tuổi.

Số tiền mỗi người con được hưởng ngay thời điểm lập di chúc:

Người con cả: $PV_1 = 2.100 \times \frac{1}{3} = 700$

Người con 2: $PV_2 = 30 \times \frac{1 - (1+10\%)^{-2}}{10\%} \times 1,1 + 1,1^{-2} x$

Người con 3: $PV_3 = 30 \times \frac{1 - (1+10\%)^{-5}}{10\%} \times 1,1 + x(1+10\%)^{-5}$

Người con 4: $PV_4 = 30 \times \frac{1 - (1+10\%)^{-6}}{10\%} \times 1,1 + x(1+10\%)^{-6}$

Người con 5: $PV_5 = 30 \times \frac{1 - (1+10\%)^{-8}}{10\%} \times 1,1 + x(1+10\%)^{-8}$

$$PV = PV_1 + PV_2 + PV_3 + PV_4 + PV_5 = 2.000$$

Giải phương trình trên tìm ra $x = 362,2796$

Thay x vào các phương trình trên để tìm ra PV_2, PV_3, PV_4 và PV_5

Bài 10:

Lãi suất bán trả chậm:

$$PV = 500.000 \times \frac{1 - (1 + i)^{-24}}{i} = 10.015.200$$

$$\Rightarrow \frac{1 - (1 + i)^{-24}}{i} = \frac{10.015.200}{500.000} = 20,0304$$

Tra bảng TC 4 theo dòng $n = 24$ ta được $i = 1,5\%/tháng$.

Số tiền ông C phải trả mỗi quý khi mua chịu:

Lãi suất tương đương 1 quý: $(1 + 1,5\%)^3 - 1 = 4,568\%$

$$a = 10.015.200 \times \frac{4,568\%}{1 - (1 + 4,568\%)^{-3}} \cong 1.522.612 \text{ đ}$$

Bài 11:

DVT: 1.000.000 đ

Giá trị thực của đồn điền $PV = \frac{a}{i} = \frac{120}{10\%} = 1.200$

Gọi x là chi phí tối đa mà ông A phải chịu khi bán đồn điền đã không bị lỗ.

Ta có: $1.200 + x \geq \text{giá bán} = 1.270$

$\rightarrow x \leq 70$

Nếu chi phí liên quan đến việc bán đồn điền là 88 mà ông A phải chịu hết thì không nên bán với giá 1.270.

Bài 12:

Hiện giá số tiền theo cách ra giá của anh chị Xê:

$$\begin{aligned} PV &= 250 + 20x \frac{1 - 1,14^{-8}}{14\%} \times 1,14 + 20x \frac{1 - 1,14^{-11}}{14\%} \times 1,14 + 60 \left[(1 + 14\%)^{-8} + (1 + 14\%)^{-11} \right] \\ &= 515,319 \text{ tr} \end{aligned}$$

Hiện giá số tiền theo cách trả của người mua:

$$\begin{aligned} PV &= 210 + 20x \frac{1 - 1,14^{-8}}{14\%} \times 1,14 + 20x \frac{1 - 1,14^{-11}}{14\%} \times 1,14 + 85 \left[(1 + 14\%)^{-8} + (1 + 14\%)^{-11} \right] \\ &= 490 \end{aligned}$$

CHƯƠNG 4: TÀI KHOẢN VĂNG LẠI

Bài 1: Tài khoản văng lai mở theo phương pháp Hamouốc, trình bày theo thứ tự ngày giá trị

Ngân hàng VinBank

Ông X

Đơn vị tính 1.000 đồng

Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Số dư		Ngày giá trị	Số ngày n	Lợi tức	
				Nợ	Có			Nợ	Có
01-03	Số dư nợ			4.106		28-02	20	11.4	
18-03	Gửi tiền mặt vào NH		20.000		15.894	20-03	9		7.947
31-03	Séc rút tiền	16.000		106		29-03	27	0.4	
27-04	Trả nợ thương phiếu	7.504		7.610		25-04	2	2.1	
27-04	Thay đổi lãi suất			7.610		27-04	1	1.2	
26-04	Gửi tiền vào ngân hàng		10.000		2.390	28-04	2		1.332
23-04	Nhận thương phiếu		6.950		9.340	30-04	8		5.189
10-05	Rút tiền ngân hàng	13.555		4.215		08-05	17	10.947	
23-05	Gửi tiền mặt vào NH		5.000		785	25-05	6		0.327
31-12	Lợi tức	12.232			772.768			26.027	13.795
31-12	Hoa hồng bồi chi	4.566			768.202				
31-12	Hoa hồng giữ sổ	141.882			626.320				
	Số dư có				626.320	31/5			

Bài 2: Theo phương pháp trực tiếp

NGÂN HÀNG B

TÀI KHOẢN VĂNG LẠI CỦA CÔNG TY

Từ 1/6 - 31/8

Đơn vị tính 1.000 đồng

Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Ngày giá trị	Số ngày	Số N = Vo * n	
						Nợ	Có
1/6	Số dư nợ	50.000		31/5	92	4.600.000	
4/6	Gửi tiền mặt		85.000	5/6	87		7.385.000
12/7	Nhờ thu thương phiếu		120.000	19/7	43		5.160.000
21/7	Rút tiền mặt	100.000		20/7	42	4.200.000	
5/8	Séc thanh toán	35.000		4/8	27	945.000	
15/8	Thanh toán lương	12.000		14/8	17	204.000	
31/8	Số dư N					2.606.000	
31/8	Lãi của khách hàng		390.90				
31/8	Cần đối dư có	8.390.90					
		205.390.90	205.390.90			12.555.000	12.555.000
	Số dư có		8.390.90	31/8			

Ngân hàng B
Tài khoản vãng lai Công ty

Đơn vị tính 1 000 đồng

Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Ngày giá trị	Số ngày	Lãi tức 5.40%	
						Nợ	Có
1/6	Số dư nợ	50.000		31/5			
4/6	Gửi tiền mặt		85.000	5/6	5		63.75
12/7	Nhờ thu thương phiếu		120.000	19/7	49		882.00
21/7	Rút tiền mặt	100.000		20/7	50	750.0	
5/8	Cất séc thanh toán	35.000		4/8	65	341.3	
15/8	Thanh toán lương	12.000		14/8	75	135.0	
31/8	Lãi từ 31/5 - 31/8						
	a-Tổng N vụ nợ	197.000				2.718.6	
	b-Tổng N vụ có		205.000				2.829.00
31/8	Lãi của khách hàng		390.90				
31/8	Cân đối dư có	8.390.90					
		205.390.90	205.390.90				
	Số dư có		8.390.90	31/8			

Theo phương pháp ham-buốc

Trình bày theo thứ tự thời gian của ngày giá trị

Ngân hàng B
Tài khoản vãng lai Công ty

Đơn vị tính 1.000.000 đồng

Ngày	Diễn giải	Nợ	Có	Số dư		Ngày giá trị	Số ngày n	Lãi tức 5.40%	
				Nợ	Có			Nợ	Có
1/6	Số dư nợ			50		31/5	5	0.0375	
4/6	Gửi tiền mặt		85		35	5/6	44		0.2310
12/7	Nhờ thu thương phiếu		120		155	19/7	1		0.0233
21/7	Rút tiền mặt	100			55	20/7	15		0.1238
5/8	Cất séc thanh toán	35			20	4/8	10		0.0300
15/8	Thanh toán lương	12			8	14/8	17		0.0204
31/8	Lãi của khách hàng		0.3909		8.3909			0.3909	
	Số dư có				8.3909	31/8			

CHƯƠNG 5: CHIẾT KHẤU THƯƠNG PHIẾU

Bài 1:

Từ 15/5 đến 30/6 có 46 ngày

$$e_c = \frac{500 \times 8\% \times 46}{360} = 4$$

$$e = \frac{c.i.n}{360 + i.n} = \frac{500 \times 8\% \times 46}{360 + 8\% \times 46} = 3,629$$

$$e_c - e = 4 - 3,629 = 0,371$$

Bài 2:

DVT: 1.000.000đ

Từ 6/7 đến 31/8 có 56 ngày

Từ 6/7/2006 đến 30/9/2006 có 86 ngày

Từ 6/7/2006 đến 31/10/2006 có 117 ngày

Từ 6/7/2006 đến 15/10/2006 có 101 ngày

Giá trị hiện tại của 3 TP muốn đổi:

$$V_0 = \frac{100 \times 56 \times 9\% + 400 \times 86 \times 9\% + 300 \times 117 \times 9\%}{360} = 781,225$$

Mặt khác, ta có:

$$V_0 = \frac{C(360 - i.n)}{360} \Rightarrow C = \frac{360 V_0}{360 - i.n} = \frac{781,225 \times 360}{360 - 9\% \times 101} = 801,4619$$

Bài 3:

Lãi chiết khấu:

$$e_c = \frac{C.i.n}{360} = \frac{500 \times 7,2\% \times 82}{360} = 8,2$$

$$\text{Lệ phí ký hậu: } \frac{500 \times 0,5\% \times 82}{360} = 0,569444$$

Hoa hồng chung: $500 \times 0,2\% = 1$

Thuế GTGT = $(8,2 + 1 + 0,569444) \times 8\% = 0,781556$

Tổng cộng chi phí: $8,2 + 0,569444 + 1 + 0,781556 = 10,551$

1/ Số tiền công ty nhận được: $500 - 10,551 = 489,449$

2/ Lãi suất thực = $\frac{10,551}{489,449} \times \frac{360}{82} \approx 9,46\%$

CHƯƠNG 6: VAY THÔNG THƯỜNG

Bài 1:

1/ Từ tính chất 1 ta có:

$$V_0 = \sum_{j=1}^n M_j = M_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1} \text{ với công bội } q = 1,15$$

$$V_0 = 400 \times \frac{1,15^5 - 1}{1,15 - 1} = 2696,95$$

2/ Tổng số nợ đã trả sau 2 kỳ: $R_2 = 400 + 400 \times 1,15 = 860$

Số còn nợ sau kỳ thứ 2: $V_2 = 2.695,95 - 860 = 1.836,95$

Lãi trả kỳ thứ 3: $I_3 = 1836,95 \times 12\% = 220,434$

$$M_3 = 400 \times 1,15^2 = 529$$

$$a_3 = I_3 + M_3 = 529 + 220,434 = 749,434$$

$$V_3 = V_2 - M_3 = 1.836,95 - 529 = 1307,95$$

$$I_4 = 1307,95 \times 12\% = 156,954$$

$$M_4 = 400 \times 1,15^3 = 608,35$$

$$a_4 = 156,954 + 608,35 = 765,304$$

$$V_4 = 1307,95 - 608,35 = 699,603$$

$$I_5 = 699,603 \times 18\% = 83,9523$$

$$a_5 = 699,603 + 83,9523 = 783,5553$$

BẢNG HOÀN TRẢ

(ĐVT: triệu đồng)

Kỳ	Nợ ĐK	Lãi trong kỳ	Phần hoàn vốn gốc	KK thanh toán
1				
2				
3	1.836,95	220,434	529	749,434
4	1.307,95	156,954	608,35	765,304
5	699,603	83,9523	699,603	783,5553

Bài 2:

DVT: 1.000.000đ

Từ tính chất 1 ta có: $V_0 = \sum_{j=1}^n M_j$

Do trả nợ gốc đều theo qui luật tổng số nhân với công bội q ta có:

$$M_q = q^8 M_1 = 6 M_1 \Rightarrow q = \sqrt[8]{6}$$

$$\text{Vậy } V_0 = M_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1} = M_1 \times \frac{(\sqrt[8]{6})^9 - 1}{\sqrt[8]{6} - 1} = \underline{25.917,667940}$$

$$\Rightarrow M_1 = 1.000$$

$$R_6 \sum_{j=1}^6 M_j = 1000 \times \frac{(\sqrt[8]{6})^6 - 1}{\sqrt[8]{6} - 1} = 11.287,97431$$

$$V_6 = 25.917,66794 - 11.287,97431 = 14.629,69363$$

$$I_7 = 14.629,69363 \times 12\% = 1.755,563235$$

$$M_7 = 1000 \times (\sqrt[8]{6})^6 = 3.833,658625$$

$$a_7 = 5589,221861$$

Bài 3:

(DVT: Triệu đồng)

Lãi suất tiền vay thỏa mãn đẳng thức:

$$PV = V_0 = a \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = 85 \times \frac{1 - (1+i)^{-14}}{i} = 620$$

$$\Rightarrow \frac{1 - (1+i)^{-14}}{i} = \frac{620}{85} = 7,29412 = S$$

Tra bảng tài chính 4 theo dòng $n=14$ ta có:

Nếu $i = 10\%$ thì $S = 7,36669$

Nếu $i = 10,5\%$ thì $S = 7,17018$

$$\text{Vậy } i = 10\% + (10,5\% - 10\%) \times \frac{7,29412 - 7,36669}{7,17018 - 7,36669} \cong \underline{\underline{10,18\%}}$$

Số còn nợ sau 6 năm (số tiền doanh nghiệp B vay lại)

$$V_6 = 620 \times \frac{(1 + 10,18\%)^{14} - (1 + 10,18\%)^6}{(1 + 10,15\%)^{14} - 1} = 450,4772$$

Dòng tiền doanh nghiệp B phải trả ngay từ khi vay lại:

0	1	2	3	4	5	6	7	8
4.504772	85	85	85	85	85	85	85	85

Lãi suất thực mà doanh nghiệp B phải chịu:

$$450,4772 = 4,504772 + 85 \times \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - (1+i)^{-8}}{i} = 5,246734$$

Dùng nội suy tính ra $\approx 10,46\%$

Bài 4:

$$a = V_0 \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} + i \right]$$

$$= 32 \left[\frac{9\%}{(1+9\%)^{15} - 1} + 10\% \right] \approx 4,289884 \text{ tỷ}$$

Bài 5:

Hướng dẫn: dùng công thức $V_0 = a \times \frac{1 - (1+i)^{-4}}{i}$ và áp dụng nội suy để tính ra $i \approx 7,6\%$

Sau đó tính R_4 , V_4 , I_5 , M_5 và a_5

Bài 6:

$$V_0 = \sum_{j=1}^n a_j (1+i)^{-j}$$

Do KKTT tăng theo cấp số nhân công bội $1,1 = q$ nên:

$$PV = V_0 = a \frac{\left(\frac{q}{1+i} \right)^n - 1}{q - (1+i)}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log\left(\frac{V_o}{a} [q - (1 + i)] + 1\right)}{\log\left(\frac{q}{1 + i}\right)}$$

$$= \frac{\log\left(\frac{3.000}{350} [1,1 - (1 + 11\%)] + 1\right)}{\log\left(\frac{1,1}{1,11}\right)} \cong 9,902$$

Kết luận: $n = 10$

Mặt khác ta có:

$$V_o = 350 \times \frac{\left(\frac{1,1}{1,11}\right)^9 - 1}{1,1 - 1,11} + a_{10} (1 + 11\%)^{-10} = 3000$$

$$\Rightarrow a_{10} = [3000 - 2.737,69](1 + 11\%)^{10} \cong 744,8$$

Bài 7:

$$V_6 = 35,16 \times \frac{(1 + 12\%)^{12} - (1 + 12\%)^7}{(1 + 12\%)^{12} - 1} = 23,3368$$

$$I_7 = 23,3368 \times 12\% = 2,80042$$

Bài 8:

Theo giả thiết trả dần trong 9 kỳ, số vốn gốc hợp thành cấp số nhân với $M_9 = 4,2M_1 = q^8 M_1$

$$\Rightarrow q = \sqrt[8]{4,2}$$

Ta có:

$$V_o = M_1 \times \frac{q^9 - 1}{q - 1} = M_1 \frac{(\sqrt[8]{4,2})^9 - 1}{\sqrt[8]{4,2} - 1} = 2048.648.124$$

$$\Rightarrow M_1 \cong 100.000.000$$

Trên cơ sở đó tính tiếp R_6 , V_6 , I_7 và M_7 , a_7

BẢNG HOÀN TRẢ

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	Phần hoàn VG	KKTT
7	1 064.413.484	101.119.281	293.384.369	521.940.088

Bài 9:

a/ Số tiền phải trả hàng năm: $a = 1000 \times \frac{11\%}{1 - (1 + 11\%)^{-10}} \cong 169,8$

b/ $I_1 = 1000 \times 11\% = 110 \rightarrow M_1 = 169,8 - 110 = 59,8$

$M_6 = M_1 (1 + i)^{6-1} = 59,8 (1 + 11\%)^5 \approx 100,76888$

$\rightarrow I_6 = 169,8 - 100,76888 = 69,03112$

c/ $V_x = 1000 \times \frac{1,11^{10} - 1,11^8}{1,11^{10} - 1} = 270,7889$

d/ $M_x = 59,8(1 + i)^7 = 124,15734$

Bài 10:

Hướng dẫn: Cách tính tương tự như những bài trước. Cần chú ý kỳ khoản thanh toán tăng theo cấp số cộng, công sai $r = 600.000$.

BẢNG HOÀN TRẢ

(ĐVT: 1.000.000đ)

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	PHVG	KKTT
4	60,8389	7,3007	4,4993	11,8
5	56,3396	6,7607	5,6393	12,4

Bài 11:

BẢNG HOÀN TRẢ

Lãi suất	14%	Phương thức trả	Trả nợ dần đều
Số năm thanh toán	8	Ngày bắt đầu vay	20/03/2008
Số kỳ trong năm	1	Số tiền vay	5.000.000.000

Kỳ	Ngày trả	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	Phần hoàn vốn gốc	Số tiền trả trong kỳ
1	20/03/2009	5.000.000.000	700.000.000	377.850.119	1.077.850.119
2	20/03/2010	4.622.149.881	647.100.983	430.749.136	1.077.850.119
3	20/03/2011	4.191.400.745	586.796.104	491.054.015	1.077.850.119
4	20/03/2012	3.700.346.731	518.048.542	559.801.577	1.077.850.119
5	20/03/2013	3.140.545.154	439.676.322	638.173.797	1.077.850.119
6	20/03/2014	2.502.371.357	350.331.990	727.518.129	1.077.850.119
7	20/03/2015	1.774.853.228	248.479.452	829.370.667	1.077.850.119
8	20/03/2016	945.482.561	132.367.558	945.482.561	1.077.850.119
Cộng:			3.622.800.952	5.000.000.000	8.622.800.952

CHƯƠNG 7: TRÁI PHIẾU

Bài 1:

(ĐVT: 1.000.000 đồng)

$$m_1 = N \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 100.000 \times \frac{9\%}{(1+9\%)^{10} - 1} = 6.582,009$$

$$m_2 = 6.582,009(1+9\%) = 7.174,39$$

$$m_3 = 6.582,009(1+9\%)^2 = 7.820,08$$

Qui tròn số trái phiếu theo nguyên tắc số nguyên gần nhất ta có: $m_1= 6.582$; $m_2= 7.174$; $m_3= 7.820$

BẢNG HOÀN TRÁI

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	Số TP mua lại	Phần hoàn vốn gốc	Kỳ khoản thanh toán
1	20.000,00	1.800,00	6.582,0	1.316,40	3.116,40
2	18.683,60	1.681,52	7.174,0	1.434,80	3.116,32
3	17.248,80	1.552,39	7.820,0	1.564,00	3.116,39

Bài 2:

a- Giá phát hành 490.000 nhưng giá mua lại vẫn bằng mệnh giá là 500.000 việc này làm tăng giá sử dụng trái phiếu, không ảnh hưởng đến việc trả nợ.

⊕ Kỳ khoản lý thuyết: $a = 7.338.165.755$

$$M_1 \text{ lý thuyết} = 7.338.165.755 - 5.000.000.000 = 2.338.165.755$$

$$m_1 \text{ lý thuyết: } m_1 = 2.338.165.755 / 500.000 = 4.676,33$$

$$\text{Số trái phiếu thanh toán quy tròn: } m_1 = 4.676$$

$$\text{Vốn gốc thực tế: } M'_1 = m_1.C = 4.676 \times 500.000 = 2.338.000.000$$

Chênh lệch giữa số vốn gốc lý thuyết và thực tế phải trả (số bù):

$$B_1 = 2.338.165.755 - 2.338.000.000 = 165.755$$

Số tiền này được tích lũy lại và được vốn hóa sang kỳ sau bằng lãi suất của trái phiếu.

⊕ *Kỳ thứ hai:*

Kỳ khoản lý thuyết: $a = 7.338.165.755$

Trừ lãi phải trả:

$$I_2 = N_1 \cdot C \cdot i = (100.000 - 4.676) 500.000 \times 10\% = 4.766.200.000$$

Cộng thêm B_1 đã được vốn hóa 1 năm theo lãi suất 10%:

$$B_1 (1 + 0,1) = 165.755 (1 + 10\%) = 182.330$$

M_2 lý thuyết = $a + B_1$ vốn hóa – I_2

$$= 7.338.165.755 + 182.330 - 4.766.200.000$$

$$= 2.572.148.085$$

m_2 lý thuyết: $2.572.148.085 / 500.000 = 5.144,3$ quy tròn theo số nguyên là: 5.144

Vốn gốc thực tế: $M'_2 = m_2 \cdot C = 500.000 \times 5.144 = 2.572.000.000$

Chênh lệch giữa số vốn gốc lý thuyết và thực tế phải trả (số bù):

$$B_2 = 2.572.148.085 - 2.572.000.000 = 148.085$$

⊕ *Kỳ thứ ba:*

Kỳ khoản lý thuyết : $a = 7.338.165.755$

Trừ lãi phải trả:

$$I_3 = N_2 \cdot C \cdot i = (100.000 - 4.676 - 5.144) 500.000 \times 10\% = 4.509.000.000$$

Cộng B_2 đã vốn hóa: $148.085 \times 1,1 = 162.894$

M_3 lý thuyết: $M_3 = a + B_2$ vốn hóa – I_3

$$M_3 = 7.338.165.755 + 162.894 - 4.509.000.000 = 2.829.328.649$$

m_3 quy tròn: 5.658

M_3 thực tế: $M'_3 = m_3 \cdot C = 500.000 \times 5.658 = 2.829.000.000$

Chênh lệch giữa số vốn gốc lý thuyết và thực tế phải trả (số bù):

$$B_3 = 2.829.328.649 - 2.829.000.000 = 328.649$$

BẢNG HOÀN TRÁI

(ĐVT: 1.000.000 đồng)

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	Số TP mua lại	Phần hoàn vốn gốc	Kỳ khoản thanh toán
1	50.000,00	5.000,00	4.676,0	2.338,00	7.338,00
2	47.662,00	4.766,20	5.144,0	2.572,00	7.338,20
3	45.090,00	4.509,00	5.658,0	2.829,00	7.338,00

b- Lãi suất sinh lợi trung bình thỏa công thức:

$$\frac{1-(1+i_0)^{-n}}{i_0} = \frac{E}{C} \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{490}{500} \times \frac{1-(1+10\%)^{-12}}{10\%} = 6,6774$$

Dùng nội suy tính được $i_0 = 10,41\%$.

c- $i_1 = (500 \times 1,1) / 490 - 1 = 12,24\%$

Và $E = 500 \times 10\% \times \frac{1-(1+i_p)^{-12}}{i_p} + 500(1+i_p)^{-12} = 490$

$\Rightarrow i_p = 10,3\%$

Bài 3:

(ĐVT: 1.000.000 đồng)

a- Kỳ khoản thanh toán cố định: $a_p = I_p + M_p$

Như thế, số trái phiếu mua lại hợp thành 1 cấp số nhân có công bội $q=(1+i')$. Với: $i'=i.\frac{C}{R}$

Áp dụng ví dụ trên ta có:

$i'=i.\frac{C}{R} = 10\% \times \frac{100.000}{110.000} = 9,1\%$

$m_1 = N * \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 500.000 \times \frac{9,1\%}{(1+9,1\%)^{10} - 1} = 83.379,94$

$m_2 = 83.379,94(1+9,1\%) = 90.967,49$

$m_3 = 83.379,94 (1+9,1\%)^2 = 99.245,55$

$m_4 = 83.379,94(1+9,1\%)^3 = 108.276,9$

$m_5 = 83.379,94 (1+9,1\%)^4 = 118.130,1$

Số trái phiếu qui tròn và số trái phiếu còn sống sau mỗi kỳ:

$m_1=83.380$ trái phiếu	$N_1 = 500.000 - 83380 =416.620$
$m_2=90.967$ trái phiếu	$N_2 = 416.620 - 90.967 = 325.653$
$m_3=99.246$ trái phiếu	$N_3 = 325.653 - 99.246 = 226.407$
$m_4=108.277$ trái phiếu	$N_4 = 226.407 - 108.277 = 118.130$
$m_5 =118.130$ trái phiếu	

BẢNG HOÀN TRÁI

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	Số TP mua lại	Phần hoàn vốn gốc	Kỳ khoản thanh toán
1	50.000,00	5.000,00	83.380	9.171,80	14.171,80
2	41.662,00	4.166,20	90.967	10.006,37	14.172,57
3	32.565,30	3.256,53	99.246	10.917,06	14.173,59
4	22.640,70	2.264,07	108.277	11.910,47	14.174,54
5	11.813,00	1.181,30	118.130	12.994,30	14.175,60
Cộng		15.868,10	500.000	55.000,00	70.868,10

b- Tỷ suất sinh lợi trung bình ngay khi phát hành:

$$\frac{1-(1+i_0)^{-n}}{i_0} = \frac{E}{R} \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{97}{110} \times \frac{1-(1+10\%)^{-5}}{10\%} = 3,3428$$

⇒ $i_0 = 15,12\%$

Tỷ suất sinh lợi sau 3 năm:

Và
$$E = 100 \times 10\% \times \frac{1-(1+i_p)^{-3}}{i_p} + 110(1+i_p)^{-3} = 97$$

⇒ $i_p = 14,2\%$

c- Tỷ suất chi phí:

$$\frac{1-(1+i_f)^{-n}}{i_f} = \frac{E-f}{R} \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \frac{97-3}{110} \times \frac{1-(1+10\%)^{-5}}{10\%} = 3,2394$$

Dùng nội suy tính ra $i_f = 16,46\%$.

Bài 4:

Tính tương tự như bài 3, ta có $i_0 \approx 12,65\%$.

Bài 5:

Về phương diện giá trị, tỷ suất sinh lợi bác Ba muốn là lãi suất thực, lãi suất này tương đương với lãi suất $7\%/1/2$ năm.

Gọi E' là tổng chi mua một trái phiếu. Ta có:

1/ Trường hợp mua trực tiếp: thì $E' = E$

$$E' = E = \frac{100.000 \times 12\%}{2} \times \frac{1 - (1 + 7\%)^{-20}}{7\%} + 100.000(1 + 7\%)^{-20} = 89.406$$

2/ Trường hợp mua qua trung gian:

$$E' = E + HH \Rightarrow E = \frac{E'}{1 + \%HH} = \frac{89.406}{1 + 0,1\%} = 89.317$$

Bài 6:

a- Tỷ suất sinh lợi trung bình:

$$\frac{1 - (1 + i_0)^{-n}}{i_0} = \frac{E}{C} \times \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = \frac{195.200}{200.000} \times \frac{1 - (1 + 12\%)^{-10}}{12\%} = 5,5146$$

$\Rightarrow i_0 = 12,6\%$

b- Lập 2 dòng đầu của bảng hoàn trái (ĐVT: 1.000.000 đồng)

Kỳ	Nợ đầu kỳ	Lãi trong kỳ	số TP mua lại	Phần hoàn vốn gốc	Kỳ khoản thanh toán
1	3.000,00	360,00	855	170,95	530,95
2	2.829,05	339,49	957	191,47	530,95

Bài 7:

Ta có: $N_0 = N = 50.000$ trái phiếu.

Số lãi thực tế trả cho một trái phiếu kỳ thứ 1:

$$I' = (100.000 \times 10\%) + (100.000 \times 10\% \times 0,28) + 50 = 12.850đ.$$

Số vốn gốc thực tế trả cho 1 trái phiếu kỳ thứ 1:

$$T = 100.000 + [(100.000 - 97.000) \times 0,28] + 500 = 101.340đ$$

Số trái phiếu mua lại kỳ thứ nhất theo lý thuyết:

$$m_1 = 15.000 \times \frac{10\%}{(1+10\%)^5 - 1} = 2.456,9622$$

m_1 thực tế (quy tròn): 2.457 trái phiếu

Kỳ khoản thực chi trong lần đầu tiên:

$$\begin{aligned} a'_1 &= N \cdot I' + m_1 \cdot T + G \\ &= (15.000 \times 12.850) + (2.457 \times 101.340) + 8.000.000 \\ &= 449.742.380 \end{aligned}$$

Số trái phiếu còn sống sau kỳ 1: $15.000 - 2.457 = 12.543$

Số trái phiếu mua lại kỳ thứ hai theo lý thuyết:

$$m_2 = 2.456,9622 (1+10\%) = 2.702,66$$

m_2 thực tế (quy tròn): 2.703 trái phiếu

$$\begin{aligned} a'_2 &= N_1 \cdot I' + m_2 \cdot T + G \\ &= (12.543 \times 12.850) + (2.703 \times 101.340) + 8.000.000 \\ &= 443.099.570 \end{aligned}$$

Bài 8:

Chi phí phát hành trái phiếu:

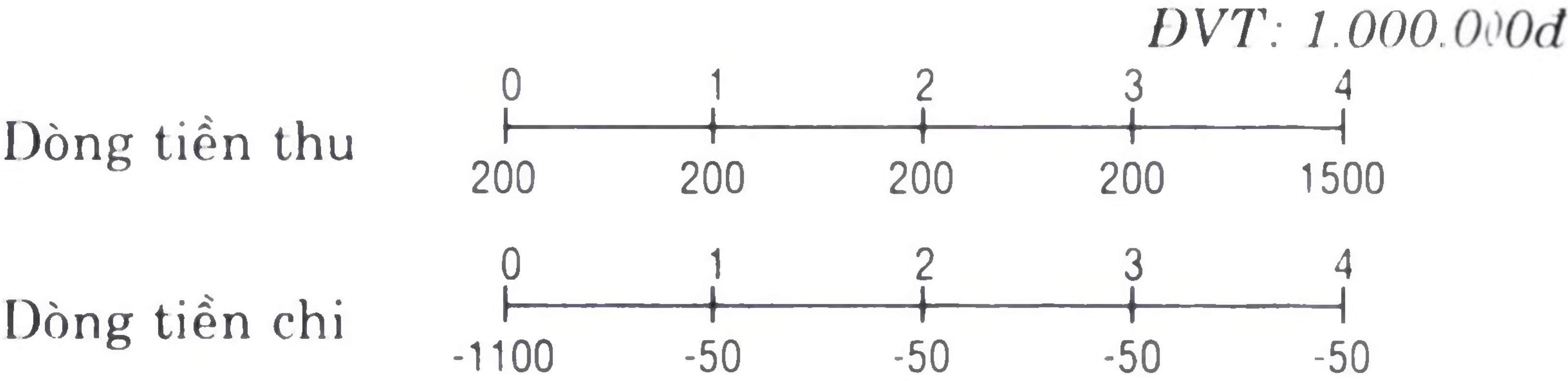
$$\frac{1 - (1 + i_f)^{-n}}{i_f} = \frac{E - f}{C} \times \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} = \frac{97(1 - 2\%)}{100} \times \frac{1 - (1 + 13,5\%)^{-10}}{13,5\%} = 5,0567$$

Dùng nội suy tính ra $i_f = 14,8\%$

Kết luận: Chi phí sử dụng vốn vay bằng trái phiếu cao hơn vay dài hạn. Nên chọn phương án vay dài hạn.

CHƯƠNG 8: ĐẦU TƯ DÀI HẠN

Bài 1:



Tỷ suất sinh lợi thỏa mãn đẳng thức:

$$N = 1.100 + 50 \times \frac{1 - (1+i)^{-4}}{i} = 200 + 200 \times \frac{1 - (1+i)^{-4}}{i} = 1300(1+i)^{-4}$$

$$\Leftrightarrow 150 \times \frac{1 - (1+i)^{-3}}{i} + 1450(1+i)^{-4} = 900$$

$$\text{Đặt } S = 150 \times \frac{1 - (1+i)^{-3}}{i} + 1450(1+i)^{-4}$$

Nếu $i = 24\%$ thì $S = 910,51$

$i = 25\%$ thì $S = 886,72$

$$\text{Vậy } i = 24\% + (25\% - 24\%) \frac{900 - 910,51}{886,72 - 910,51} \cong 24,44\%$$

Bài 2:

Tỷ suất sinh lợi của ông B thỏa mãn đẳng thức:

$$PV = 100 = 110 \times 12,5\% \times \frac{1 - (1+i)^{-3}}{i} + 108(1+i)^{-3}$$

Dùng nội suy tính ra $i = 16,03\%$

Bài 3:

$$PV = 20(1+i)^{-1} + (20 \times 1,1 + 140)(1+i)^{-2} = 100$$

Dùng nội suy tính ra $i = 37,67\%$

Bài 4:*DVT: 1.000.000đồng*

Gọi y là giá bán, ta có:

$$PV = 1000 + 250 = 200 + (200 - 50) \times \frac{1 - (1 + 20\%)^{-4}}{20\%} + (y - 50)(1 + 20\%)^{-4}$$

Giải phương trình trên tính được $y = 1.572,08$ **Bài 5:***DVT: 1.000.000đồng*

$$1/ \quad PV = 349,67 + 100 \left(\frac{1 - (1 + i)^{-10}}{i} \right) = 1000$$

Dùng nội suy tính được $i = 8,7\%$

$$2/ \text{ Giá trả 1 lần sau 3 năm: } V_n = 1000 (1 + 8,7\%)^3 = 1284,366$$

Bài 6:

Lãi kỳ vay của

$$DAX: \bar{X} = 2 \times 25\% + 14 \times 55\% + 19 \times 20\% = 12$$

$$DAX: \bar{Y} = 6 \times 25\% + 10 \times 55\% + 14 \times 20\% = 9,8$$

Độ lệch chuẩn:

$$DAX: \delta_x = \sqrt{(2 - 12)^2 25\% + (14 - 12)^2 55\% + (19 - 12)^2 20\%} = 6,08276$$

$$DAX: \delta_y = \sqrt{(6 - 9,8)^2 25\% + (10 - 9,8)^2 55\% + (14 - 9,8)^2 20\%} = 2,67582$$

Hệ số biến động

$$CV_x = \frac{6,08276}{12} = 0,5069$$

$$CV_y = \frac{2,67582}{9,8} = 0,273$$

Vậy dự án X rủi ro cao hơn dự án Y.

$$\text{Khấu hao hàng năm của mỗi dự án: } K = \frac{100}{10} = 10$$

Dòng tiền hàng năm của:

$$\text{DAX: } CF_x = 12 + 10 = 22$$

$$\text{DAY: } CF_y = 9,8 + 10 = 19,8$$

IRR của dự án X thỏa mãn đẳng thức sau:

$$NPV_x = 22 \times \frac{1 - (1 + IRR_x)^{-10}}{IRR_x} - 100 = 0$$

$$\Rightarrow IRR_x = 17,68\%$$

$$NPV_y = 19,8 \times \frac{1 - (1 + IRR_y)^{-10}}{IRR_y} - 100 = 0$$

$$\Rightarrow IRR_y = 14,83\%$$

Theo giả thiết, dự án x chỉ được chấp nhận khi

$$IRR_x - IRR_y \geq 2,5\%$$

$$\text{Ta có: } IRR_x - IRR_y = 17,68\% - 14,83\% = 2,85\% > 2,5\%$$

Kết luận: Doanh nghiệp nên chọn dự án X.

Bài 7:

a/ Tính NPV:

$$NPV_x = 285 \times \frac{1 - (1 + 12\%)^{-4}}{12\%} + 220(1 + 12\%)^{-5} - 700 = 290,48$$

$$NPV_y = 260 \times \frac{1 - (1 + 12\%)^{-5}}{12\%} + 240 \times 1,12^{-7} + 240 \times 1,12^{-6} - 700 = 467,4$$

b/ Tính IRR:

$$\text{DAX: } NPV_x = 285 \times \frac{1 - (1 + IRR_x)^{-4}}{IRR_x} + 220(1 + IRR_x)^{-5} - 700 = 0$$

$$\Rightarrow IRR_x = 28,2\%$$

$$\text{DAY: } NPV_y = 260 \times \frac{1 - (1 + IRR_y)^{-5}}{IRR_y} + 240(1 + IRR_y)^{-6} + 240(1 + IRR_y)^{-7} - 700 = 0$$

$$\Rightarrow IRR_y = 31,32\%$$

Bài 8:

DVT: 1.000USD

$$\text{Ta có: } 200 \times 40\% + \frac{200 \times 60\%}{6} \times \frac{1 - (1+i)^{-6}}{i} (1+i)^{-1} = 156$$

Dùng nội suy tính ra $i = 11,08\%$

Bài 9:

Với $i = 12\%$

$$\text{NPV}_A = 2000 \times 1,12^{-1} + 2200 \times 1,12^{-2} + 2500 \times 1,12^{-3} + 2000 \times 1,12^{-4} + 1800 \times 1,12^{-5} + 1000 \times 1,12^{-6} - 5000 = 3.118,03$$

$$\text{NPV}_C = 2000 \times 1,12^{-2} + 2500 \times \frac{1 - (1 + 12\%)^{-4}}{12\%} (1 + 12\%)^{-2} - 2000 - 3000 \times 1,12^{-1}$$

$$= 2969,21$$

$$\text{NPV}_B = 2.811,62$$

Dùng nội suy tính được:

$$\text{IRR}_A = 33,65\%$$

$$\text{IRR}_B = 27,92\%$$

$$\text{IRR}_C = 30,79\%$$

CHƯƠNG 9: ĐỊNH GIÁ CHỨNG KHOÁN

Bài 1:

Tỷ suất lợi tức của ông B thỏa phương trình:

$$PV= 2000= 3000 (1 + i)^{-1} + (3000 \times 1,1 + 24000)(1 + i)^{-2}$$

Dùng nội suy tính được $i \approx 24,57\%$

Bài 2:

Giá CP ưu đãi: $P_o = \frac{100.000 \times 11\%}{11,65\%} \cong 94.420,6$

Giá CP thường: $P_o = \frac{15.000(1 + 5\%)}{14\% - 5\%} = 175.000$

Bài 3:

a/ Lớn hơn do $P_o < C$

b/ $P_o = 935 = 1000 \times 8\% \times \frac{1 - (1 + i)^{-10}}{i} + 1000(1 + i)^{-10}$

$\Rightarrow i \approx 9,01\%$

Bài 4:

Công ty	Tỷ suất lợi nhuận thực tế	Beta	Tỷ suất lợi nhuận kỳ vọng
Upex	17%	1,3	16,3%
APC	14,5%	0,8	13,3%
NACOM	15,5%	1,1	15,1%
PEDIM	18%	1,7	18,7%

a/ Cổ phiếu PEDIM làm cho nhà đầu tư thất vọng, tỷ suất lợi nhuận của các công ty còn lại đều cao hơn mức kỳ vọng của nhà đầu tư.

b/ Nếu lãi suất phi rủi ro và tỷ lệ sinh lời bình quân tăng cao (11% và 16%) như thế nhà đầu tư sẽ thất vọng khi tỷ suất lợi nhuận thực tế thấp hơn kỳ vọng.

Bài 5:

a/ Lãi suất $\frac{1}{2}$ năm của nhà đầu tư $i_2 = \sqrt{1+12,36\%} - 1 = 6\%$

Giá thị trường của TP:

$$P_o = \frac{100 \times 13\%}{2} \times \frac{1 - (1 + 6\%)^{-20}}{6\%} + 100(1 + 6\%)^{-20} = 105,735$$

$$\text{Số lượng TP phát hành} = \frac{5.000.000}{105,735(1 - 4\%)} \cong 49.259 \text{ T. Phiếu}$$

b/ Làm tương tự như câu a, số lượng TP phát hành 54.997 TP

Bài 6:

$$\text{a/ } P_o = \frac{2000(1 + 10\%)}{16\% - 10\%} \cong 36.667$$

$$\text{b/ } P_o = 2.000 \times 1,1 \times \frac{\left(\frac{1,1}{1,16}\right)^3 - 1}{1,1 - 1,16} + \frac{2000 \times 1,1^3}{16\% - 6\%} \times \frac{1 + 6\%}{(1 + 16\%)^3} = 23.478$$

PHỤ LỤC

BẢNG 1: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $(1 + i)^n$

$i \backslash n$	1%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	3.5%	4.0%	4.5%	5.0%	5.5%	6.0%	6.5%	7.0%	7.5%	8.0%	8.5%
1	1 010	1 015	1 020	1 025	1 030	1 035	1 040	1 045	1 050	1 055	1 060	1 065	1 070	1 075	1 080	1 085
2	1 02010	1 03023	1 04040	1 05063	1 06090	1 07123	1 08160	1 09203	1 10250	1 11303	1 12360	1 13423	1 14490	1 15563	1 16640	1 17723
3	1 03030	1 04568	1 06121	1 07689	1 09273	1 10872	1 12486	1 14117	1 15763	1 17424	1 19102	1 20795	1 22504	1 24230	1 25971	1 27729
4	1 04060	1 06136	1 08243	1 10381	1 12551	1 14752	1 16986	1 19252	1 21551	1 23882	1 26248	1 28647	1 31080	1 33547	1 36049	1 38586
5	1 05101	1 07728	1 10408	1 13141	1 15927	1 18769	1 21665	1 24618	1 27628	1 30696	1 33823	1 37009	1 40255	1 43563	1 46933	1 50366
6	1 06152	1 09344	1 12616	1 15969	1 19405	1 22926	1 26532	1 30226	1 34010	1 37884	1 41852	1 45914	1 50073	1 54330	1 58687	1 63147
7	1 07214	1 10984	1 14869	1 18869	1 22987	1 27228	1 31593	1 36086	1 40710	1 45468	1 50363	1 55399	1 60578	1 65905	1 71382	1 77014
8	1 08286	1 12649	1 17166	1 21840	1 26677	1 31681	1 36857	1 42210	1 47746	1 53469	1 59385	1 65500	1 71819	1 78348	1 85093	1 92060
9	1 09369	1 14339	1 19509	1 24886	1 30477	1 36290	1 42331	1 48610	1 55133	1 61909	1 68948	1 76257	1 83846	1 91724	1 99900	2 08386
10	1 10462	1 16054	1 21899	1 28008	1 34392	1 41060	1 48024	1 55297	1 62889	1 70814	1 79085	1 87714	1 96715	2 06103	2 15892	2 26098
11	1 11567	1 17795	1 24337	1 31209	1 38423	1 45997	1 53945	1 62285	1 71034	1 80209	1 89830	1 99915	2 10485	2 21561	2 33164	2 45317
12	1 12683	1 19562	1 26824	1 34489	1 42576	1 51107	1 60103	1 69588	1 79586	1 90121	2 01220	2 12910	2 25219	2 38178	2 51817	2 66169
13	1 13809	1 21355	1 29361	1 37851	1 46853	1 56396	1 66507	1 77220	1 88565	2 00577	2 13293	2 26749	2 40985	2 56041	2 71962	2 88793
14	1 14947	1 23176	1 31948	1 41297	1 51259	1 61869	1 73168	1 85194	1 97993	2 11609	2 26090	2 41487	2 57853	2 75244	2 93719	3 13340
15	1 16097	1 25023	1 34587	1 44830	1 55797	1 67535	1 80094	1 93528	2 07893	2 23248	2 39656	2 57184	2 75903	2 95888	3 17217	3 39974
16	1 17258	1 26899	1 37279	1 48451	1 60471	1 73399	1 87298	2 02237	2 18287	2 35526	2 54035	2 73901	2 95216	3 18079	3 42594	3 68872
17	1 18430	1 28802	1 40024	1 52162	1 65285	1 79468	1 94790	2 11338	2 29202	2 48480	2 69277	2 91705	3 15882	3 41935	3 70002	4 00226
18	1 19615	1 30734	1 42825	1 55966	1 70243	1 85749	2 02582	2 20848	2 40662	2 62147	2 85434	3 10665	3 37993	3 67580	3 99602	4 34245
19	1 20811	1 32695	1 45681	1 59865	1 75351	1 92250	2 10685	2 30786	2 52695	2 76565	3 02560	3 30859	3 61653	3 95149	4 31570	4 71156
20	1 22019	1 34686	1 48595	1 63862	1 80611	1 98979	2 19112	2 41171	2 65330	2 91776	3 20714	3 52365	3 86968	4 24785	4 66096	5 11205
21	1 23239	1 36706	1 51567	1 67958	1 86029	2 05943	2 27877	2 52024	2 78596	3 07823	3 39956	3 75268	4 14056	4 56644	5 03383	5 54657
22	1 24472	1 38756	1 54598	1 72157	1 91610	2 13151	2 36992	2 63365	2 92526	3 24754	3 60354	3 99661	4 43040	4 90892	5 43654	6 01803
23	1 25716	1 40838	1 57690	1 76461	1 97359	2 20611	2 46472	2 75217	3 07152	3 42615	3 81975	4 25539	4 74053	5 27709	5 87146	6 52956
24	1 26973	1 42950	1 60844	1 80873	2 03279	2 28333	2 56330	2 87601	3 22510	3 61459	4 04893	4 53305	5 07237	5 67287	6 34118	7 08457
25	1 28243	1 45095	1 64061	1 85394	2 09378	2 36324	2 66584	3 00543	3 38635	3 81339	4 29187	4 82770	5 42743	6 09834	6 84848	7 6868
30	1 34785	1 56308	1 81136	2 09757	2 42726	2 80679	3 24340	3 74532	4 32194	4 98395	5 74349	6 61437	7 61226	8 7550	10 0627	11 5583
35	1 41660	1 68388	1 99989	2 37321	2 81386	3 33359	3 94609	4 66735	5 51602	6 51383	7 68609	9 06225	10 6766	12 5689	14 7853	17 3795
40	1 48886	1 81402	2 20804	2 68506	3 26204	3 95925	4 80102	5 81636	7 03999	8 51331	10 2857	12 4161	14 9745	18 0442	21 7245	26 1330
45	1 56481	1 95421	2 43785	3 03790	3 78160	4 70236	5 84118	7 24825	8 9850	11 1266	13 7646	17 0111	21 0025	25 9048	31 9204	39 2951
50	1 64463	2 10524	2 69159	3 43711	4 38391	5 58493	7 1067	9 0326	11 4674	14 5420	18 4202	23 3067	29 4570	37 1897	46 9010	59 0803

BẢNG 1: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $(1 + i)^n$

n \ i	9,0%	9,5%	10,0%	10,5%	11,0%	11,5%	12,0%	12,5%	13,0%	14,0%	15,0%	16,0%	17,0%	18,0%	19,0%	20,0%
1	1,090	1,095	1,100	1,105	1,110	1,115	1,120	1,125	1,130	1,140	1,150	1,160	1,170	1,180	1,190	1,200
2	1,18810	1,19903	1,21000	1,22103	1,23210	1,24323	1,25440	1,26563	1,27690	1,29960	1,32250	1,34560	1,36890	1,39240	1,41610	1,44000
3	1,29503	1,31293	1,33100	1,34923	1,36763	1,38620	1,40493	1,42383	1,44290	1,48154	1,52088	1,56090	1,60161	1,64303	1,68516	1,72800
4	1,41158	1,43766	1,46410	1,49090	1,51807	1,54561	1,57352	1,60181	1,63047	1,68896	1,74901	1,81064	1,87389	1,93878	2,00534	2,07360
5	1,53862	1,57424	1,61051	1,64745	1,68506	1,72335	1,76234	1,80203	1,84244	1,92541	2,01136	2,10034	2,19245	2,28776	2,38635	2,48832
6	1,67710	1,72379	1,77156	1,82043	1,87041	1,92154	1,97382	2,02729	2,08195	2,19497	2,31306	2,43640	2,56516	2,69955	2,83976	2,98598
7	1,82804	1,88755	1,94872	2,01157	2,07616	2,14252	2,21068	2,28070	2,35261	2,50227	2,66002	2,82622	3,00124	3,18547	3,37932	3,58318
8	1,99256	2,06687	2,14359	2,22279	2,30454	2,38891	2,47596	2,56578	2,65844	2,85259	3,05902	3,27841	3,51145	3,75886	4,02139	4,29982
9	2,17189	2,26322	2,35795	2,45618	2,55804	2,66363	2,77308	2,88651	3,00404	3,25195	3,51788	3,80296	4,10840	4,43545	4,78545	5,15978
10	2,36736	2,47823	2,59374	2,71408	2,83942	2,96995	3,10585	3,24732	3,39457	3,70722	4,04556	4,41144	4,80683	5,23384	5,69468	6,19174
11	2,58043	2,71366	2,85312	2,99906	3,15176	3,31149	3,47855	3,65324	3,83586	4,22623	4,65239	5,11726	5,62399	6,17593	6,77667	7,43008
12	2,81266	2,97146	3,13843	3,31396	3,49845	3,69231	3,89598	4,10989	4,33452	4,81790	5,35025	5,93603	6,58007	7,28759	8,06424	8,9161
13	3,06580	3,25375	3,45227	3,66193	3,88328	4,11693	4,36349	4,62363	4,89801	5,49241	6,15279	6,88579	7,69868	8,59936	9,59645	10,6993
14	3,34173	3,56285	3,79750	4,04643	4,31044	4,59037	4,88711	5,20158	5,53475	6,26135	7,07571	7,98752	9,00745	10,1472	11,4198	12,8392
15	3,64248	3,90132	4,17725	4,47130	4,78459	5,11827	5,47357	5,85178	6,25427	7,13794	8,1371	9,2655	10,5387	11,9737	13,5895	15,4070
16	3,97031	4,27195	4,59497	4,94079	5,31089	5,70687	6,13039	6,5833	7,0673	8,1372	9,3576	10,7480	12,3303	14,1290	16,1715	18,4884
17	4,32763	4,67778	5,05447	5,45957	5,89509	6,36316	6,86604	7,4062	7,9861	9,2765	10,7613	12,4677	14,4265	16,6722	19,2441	22,1861
18	4,71712	5,12217	5,55992	6,03283	6,54355	7,09492	7,68997	8,3319	9,0243	10,5752	12,3755	14,4625	16,8790	19,6733	22,9005	26,6233
19	5,14166	5,60878	6,11591	6,66628	7,26334	7,91084	8,61276	9,3734	10,1974	12,0557	14,2318	16,7765	19,7484	23,2144	27,2516	31,9480
20	5,60441	6,14161	6,72750	7,36623	8,06231	8,82058	9,64629	10,5451	11,5231	13,7435	16,3665	19,4608	23,1056	27,3930	32,4294	38,3376
21	8,62308	9,6684	10,8347	12,1355	13,5855	15,2010	17,0001	19,0026	21,2305	26,4619	32,9190	40,8742	50,6578	62,6686	77,3881	95,3962
22	9,39916	10,5869	11,9182	13,4097	15,0799	16,9491	19,0401	21,3779	23,9905	30,1666	37,8568	47,4141	59,2697	73,9490	92,0918	114,475
23	10,2451	11,5926	13,1100	14,8177	16,7386	18,8982	21,3249	24,0502	27,1093	34,3899	43,5353	55,000	69,345	87,260	109,589	137,371
24	11,1671	12,6939	14,4210	16,3736	18,5799	21,0715	23,8839	27,0564	30,6335	39,2045	50,0656	63,800	81,134	102,967	130,411	164,845
25	12,1722	13,8998	15,8631	18,0928	20,6237	23,4948	26,7499	30,4385	34,6158	44,6931	57,5755	74,009	94,927	121,501	155,189	197,814
30	13,2677	15,2203	17,4494	19,9926	22,8923	26,1967	29,9599	34,2433	39,1159	50,9502	66,2118	85,850	111,065	143,371	184,675	237,376
35	20,4140	23,9604	28,1024	32,9367	38,5749	45,1461	52,7996	61,7075	72,0685	98,1002	133,176	180,314	243,503	327,997	440,701	590,668
40	31,4094	37,7194	45,2593	54,2614	65,0009	77,8027	93,0510	111,199	132,782	188,884	267,864	378,721	533,869	750,378	1051,67	1469,77
45	48,3273	59,379	72,890	89,393	109,530	134,082	163,988	200,384	244,641	363,679	538,769	795,444	1170,48	1716,68	2509,65	3657,26
50	74,3575	93,477	117,391	147,270	184,565	231,070	289,002	361,099	450,736	700,233	1083,66	1670,70	2566,22	3927,36	5988,91	9100,44

BẢNG 2: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $(1 + i)^{-n}$

$\begin{matrix} i \\ n \end{matrix}$	1%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	3.5%	4.0%	4.5%	5.0%	5.5%	6.0%	6.5%	7.0%	7.5%	8.0%	8.5%
1	.990099	.985222	.980392	.975610	.970874	.966184	.961538	.956938	.952381	.947867	.943396	.938967	.934579	.930233	.925926	.921659
2	.980296	.970662	.961169	.951814	.942596	.933511	.924556	.915730	.907029	.898452	.889996	.881659	.873439	.865333	.857339	.849455
3	.970590	.956317	.942322	.928599	.915142	.901943	.888996	.876297	.863838	.851614	.839619	.827849	.816298	.804961	.793832	.782908
4	.960980	.942184	.923845	.905951	.888487	.871442	.854804	.838561	.822702	.807217	.792094	.777323	.762895	.748801	.735030	.721574
5	.951466	.928260	.905731	.883854	.862609	.841973	.821927	.802451	.783526	.765134	.747258	.729881	.712986	.696559	.680583	.665045
6	.942045	.914542	.887971	.862297	.837484	.813501	.790315	.767896	.746215	.725246	.704961	.685334	.666342	.647962	.630170	.612945
7	.932718	.901027	.870560	.841265	.813092	.785991	.759918	.734828	.710681	.687437	.665057	.643506	.622750	.602755	.583490	.564926
8	.923483	.887711	.853490	.820747	.789409	.759412	.730690	.703185	.676839	.651599	.627412	.604231	.582009	.560702	.540269	.520669
9	.914340	.874592	.836755	.800728	.766417	.733731	.702587	.672904	.644609	.617629	.591898	.567353	.543934	.521583	.500249	.479880
10	.90529	.861667	.820348	.781198	.744094	.708919	.675554	.643928	.613913	.585431	.558395	.532726	.508349	.485194	.463193	.442285
11	.896324	.848933	.804263	.762145	.722421	.684946	.649581	.616199	.584679	.554911	.526788	.500212	.475093	.451343	.428883	.407636
12	.887449	.836387	.788493	.743556	.701380	.661783	.624597	.589664	.556837	.525982	.496969	.469683	.444012	.419854	.397114	.375702
13	.878663	.824027	.773033	.725420	.680951	.639404	.600574	.564272	.530321	.498561	.468839	.441017	.414964	.390562	.367698	.346269
14	.869963	.811849	.757875	.707727	.661118	.617782	.577475	.539973	.505068	.472569	.442301	.414100	.387817	.363313	.340461	.319142
15	.861349	.799852	.743015	.690466	.641862	.596891	.555265	.516720	.481017	.447933	.417265	.388827	.362446	.337966	.315242	.294140
16	.852821	.788031	.728446	.673625	.623167	.576706	.533908	.494469	.458112	.424581	.393646	.365095	.338735	.314387	.291890	.271097
17	.844377	.776385	.714163	.657195	.605016	.557204	.513373	.473176	.436297	.402447	.371364	.342813	.316574	.292453	.270269	.249859
18	.836017	.764912	.700159	.641166	.587395	.538361	.493628	.452800	.415521	.381466	.350344	.321890	.295864	.272049	.250249	.230285
19	.827740	.753607	.686431	.625528	.570286	.520156	.474642	.433302	.395734	.361579	.330513	.302244	.276508	.253069	.231712	.212244
20	.819544	.742470	.672971	.610271	.553676	.502566	.456387	.414643	.376889	.342729	.311805	.283797	.258419	.235413	.214548	.195616
21	.811430	.731498	.659776	.595386	.537549	.485571	.438834	.396787	.358942	.324862	.294155	.266476	.241513	.218989	.198656	.180292
22	.803396	.720688	.646839	.580865	.521893	.469151	.421955	.379701	.341850	.307926	.277505	.250212	.225713	.203711	.183941	.166167
23	.795442	.710037	.634156	.566697	.506692	.453286	.405726	.363350	.325571	.291873	.261797	.234941	.210947	.189498	.170315	.153150
24	.787566	.699544	.621721	.552875	.491934	.437957	.390121	.347703	.310068	.276657	.246979	.220602	.197147	.176277	.157699	.141152
25	.779768	.689206	.609531	.539391	.477606	.423147	.375117	.332731	.295303	.262234	.232999	.207138	.184249	.163979	.146018	.130094
30	.741923	.639762	.552071	.476743	.411987	.356278	.308319	.267000	.231377	.200644	.174110	.151186	.131367	.114221	.099377	.086518
35	.705914	.593866	.500028	.421371	.355383	.299977	.253415	.214254	.181290	.153520	.130105	.110348	.093663	.079562	.067635	.057539
40	.671653	.551262	.452890	.372431	.306557	.252572	.208289	.171929	.142046	.117463	.097222	.080541	.066780	.055419	.046031	.038266
45	.639055	.511715	.410197	.329174	.264439	.212659	.171198	.137964	.111297	.089875	.072650	.058785	.047613	.038603	.031328	.025448
50	.608039	.475005	.371528	.290942	.228107	.179053	.140713	.110710	.087204	.068767	.054288	.042906	.033948	.026889	.021321	.016924

BẢNG 2: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $(1 + i)^{-n}$

$n \backslash i$	9,0%	9,5%	10,0%	10,5%	11,0%	11,5%	12,0%	12,5%	13,0%	14,0%	15,0%	16,0%	17,0%	18,0%	19,0%	20,0%
1	,917431	,913242	,909091	,904977	,900901	,896861	,892857	,888889	,884956	,877193	,869565	,862069	,854701	,847458	,840336	,833333
2	,841680	,834011	,826446	,818984	,811622	,804360	,797194	,790123	,783147	,769468	,756144	,743163	,730514	,718184	,706165	,694444
3	,772183	,761654	,751315	,741162	,731191	,721399	,711780	,702332	,693050	,674972	,657516	,640658	,624371	,608631	,593416	,578704
4	,708425	,695574	,683013	,670735	,658731	,646994	,635518	,624295	,613319	,592080	,571753	,552291	,533650	,515789	,498669	,482253
5	,649931	,635228	,620921	,607000	,593451	,580264	,567427	,554929	,542760	,519369	,497177	,476113	,456111	,437109	,419049	,401878
6	,596267	,580117	,564474	,549321	,534641	,520416	,506631	,493270	,480319	,455587	,432328	,410442	,389839	,370432	,352142	,334898
7	,547034	,529787	,513158	,497123	,481658	,466741	,452349	,438462	,425061	,399637	,375937	,353830	,333195	,313925	,295918	,279082
8	,501866	,483824	,466507	,449885	,433926	,418602	,403883	,389744	,376160	,350559	,326902	,305025	,284782	,266038	,248671	,232568
9	,460428	,441848	,424098	,407136	,390925	,375428	,360610	,346439	,332885	,307508	,284262	,262953	,243404	,225456	,208967	,193807
10	,422411	,403514	,385543	,368449	,352184	,336706	,321973	,307946	,294588	,269744	,247185	,226684	,208037	,191064	,175602	,161506
11	,387533	,368506	,350494	,333438	,317283	,301979	,287476	,273730	,260698	,236617	,214943	,195417	,177810	,161919	,147565	,134588
12	,355535	,336535	,318631	,301754	,285841	,270833	,256675	,243315	,230706	,207559	,186907	,168463	,151974	,137220	,124004	,112157
13	,326179	,307338	,289664	,273080	,257514	,242900	,229174	,216280	,204165	,182069	,162528	,145227	,129892	,116288	,104205	,093464
14	,299246	,280674	,263331	,247132	,231995	,217847	,204620	,192249	,180677	,159710	,141329	,125195	,111019	,098549	,087567	,077887
15	,274538	,256323	,239392	,223648	,209004	,195379	,182696	,170888	,159891	,140096	,122894	,107927	,094888	,083516	,073586	,064905
16	,251870	,234085	,217629	,202397	,188292	,175227	,163122	,151901	,141496	,122892	,106865	,093041	,081101	,070776	,061837	,054088
17	,231073	,213777	,197845	,183164	,169633	,157155	,145644	,135023	,125218	,107800	,092926	,080207	,069317	,059980	,051964	,045073
18	,211994	,195230	,179859	,165760	,152822	,140946	,130040	,120020	,110812	,094561	,080805	,069144	,059245	,050830	,043667	,037561
19	,194490	,178292	,163508	,150009	,137678	,126409	,116107	,106685	,098064	,082948	,070265	,059607	,050637	,043077	,036695	,031301
20	,178431	,162824	,148644	,135755	,124034	,113371	,103667	,094831	,086782	,072762	,061100	,051385	,043280	,036506	,030836	,026084
21	,115968	,103430	,092296	,082403	,073608	,065785	,058823	,052624	,047102	,037790	,030378	,024465	,019740	,015957	,012922	,010483
22	,106393	,094457	,083905	,074573	,066314	,059000	,052521	,046777	,041683	,033149	,026415	,021091	,016872	,013523	,010859	,008735
23	,097608	,086262	,076278	,067487	,059742	,052915	,046894	,041580	,036888	,029078	,022970	,018182	,014421	,011460	,009125	,007280
24	,089548	,078778	,069343	,061074	,053822	,047457	,041869	,036960	,032644	,025507	,019974	,015674	,012325	,009712	,007668	,006066
25	,082155	,071943	,063039	,055271	,048488	,042563	,037383	,032853	,028889	,022375	,017369	,013512	,010534	,008230	,005055	,005055
30	,075371	,065702	,057309	,050019	,043683	,038173	,033378	,029203	,025565	,019627	,015103	,011648	,009004	,006975	,005415	,004213
35	,048986	,041736	,035584	,030361	,025924	,022150	,018940	,016205	,013876	,010194	,007509	,005546	,004107	,003049	,002269	,001693
40	,031838	,026512	,022095	,018429	,015384	,012853	,010747	,008993	,007531	,005294	,003733	,002640	,001873	,001333	,000951	,000680
45	,020692	,016841	,013719	,011187	,009130	,007458	,006098	,004990	,004088	,002750	,001856	,001257	,000854	,000583	,000398	,000273
50	,013449	,010698	,008519	,006790	,005418	,004328	,003460	,002769	,002219	,001428	,000923	,000599	,000390	,000255	,000167	,000110

BẢNG 3: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $\frac{(1 + i)^n - 1}{i}$

n \ i	1%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	3.5%	4.0%	4.5%	5.0%	5.5%	6.0%	6.5%	7.0%	7.5%	8.0%	8.5%
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	2.010	2.015	2.020	2.025	2.030	2.035	2.040	2.045	2.050	2.055	2.060	2.065	2.070	2.075	2.080	2.085
3	3.0301	3.0452	3.0604	3.0756	3.0909	3.1062	3.1216	3.1370	3.1525	3.1680	3.1836	3.1992	3.2149	3.2306	3.2464	3.2622
4	4.0604	4.0909	4.1216	4.1525	4.1836	4.2149	4.2465	4.2782	4.3101	4.3423	4.3746	4.4072	4.4399	4.4729	4.5061	4.5395
5	5.1010	5.1523	5.2040	5.2563	5.3091	5.3625	5.4163	5.4707	5.5256	5.5811	5.6371	5.6936	5.7507	5.8084	5.8666	5.9254
6	6.1520	6.2296	6.3081	6.3877	6.4684	6.5502	6.6330	6.7169	6.8019	6.8881	6.9753	7.0637	7.1533	7.2440	7.3359	7.4290
7	7.2135	7.3230	7.4343	7.5474	7.6625	7.7794	7.8983	8.0192	8.1420	8.2669	8.3938	8.5229	8.6540	8.7873	8.9228	9.0605
8	8.2857	8.4328	8.5830	8.7361	8.8923	9.0517	9.2142	9.3800	9.5491	9.7216	9.8975	10.0769	10.2598	10.4464	10.6366	10.8306
9	9.3685	9.5593	9.7546	9.9545	10.1591	10.3685	10.5828	10.8021	11.0266	11.2563	11.4913	11.7319	11.9780	12.2298	12.4876	12.7512
10	10.4622	10.7027	10.9497	11.2034	11.4639	11.7314	12.0061	12.2882	12.5779	12.8754	13.1808	13.4944	13.8164	14.1471	14.4866	14.8351
11	11.5668	11.8633	12.1687	12.4835	12.8078	13.1420	13.4864	13.8412	14.2068	14.5835	14.9716	15.3716	15.7836	16.2081	16.6455	17.0961
12	12.6825	13.0412	13.4121	13.7956	14.1920	14.6020	15.0258	15.4640	15.9171	16.3856	16.8699	17.3707	17.8885	18.4237	18.9771	19.5492
13	13.8093	14.2368	14.6803	15.1404	15.6178	16.1130	16.6268	17.1599	17.7130	18.2868	18.8821	19.4998	20.1406	20.8055	21.4953	22.2109
14	14.9474	15.4504	15.9739	16.5190	17.0863	17.6770	18.2919	18.9321	19.5986	20.2926	21.0151	21.7673	22.5505	23.3659	24.2149	25.0989
15	16.0969	16.6821	17.2934	17.9319	18.5989	19.2957	20.0236	20.7841	21.5786	22.4087	23.2760	24.1822	25.1290	26.1184	27.1521	28.2323
16	17.2579	17.9324	18.6393	19.3802	20.1569	20.9710	21.8245	22.7193	23.6575	24.6411	25.6725	26.7540	27.8881	29.0772	30.3243	31.6320
17	18.4304	19.2014	20.0121	20.8647	21.7616	22.7050	23.6975	24.7417	25.8404	26.9964	28.2129	29.4930	30.8402	32.2580	33.7502	35.3207
18	19.6147	20.4894	21.4123	22.3863	23.4144	24.4997	25.6454	26.8551	28.1324	29.4812	30.9057	32.4101	33.9990	35.6774	37.4502	39.3230
19	20.8109	21.7967	22.8406	23.9460	25.1169	26.3572	27.6712	29.0636	30.5390	32.1027	33.7600	35.5167	37.3790	39.3532	41.4463	43.6654
20	22.0190	23.1237	24.2974	25.5447	26.8704	28.2797	29.7781	31.3714	33.0660	34.8683	36.7856	38.8253	40.9955	43.3047	45.7620	48.3770
25	28.2432	30.0630	32.0303	34.1578	36.4593	38.9499	41.6459	44.5652	47.7271	51.1526	54.8645	58.8877	63.2490	67.9779	73.1059	78.6678
26	29.5256	31.5140	33.6709	36.0117	38.5530	41.3131	44.3117	47.5706	51.1135	54.9660	59.1564	63.7154	68.6765	74.0762	79.9544	86.3546
27	30.8209	32.9867	35.3443	37.9120	40.7096	43.7591	47.0842	50.7113	54.6691	58.9891	63.7058	68.8569	74.4838	80.6319	87.3508	94.6947
28	32.1291	34.4815	37.0512	39.8598	42.9309	46.2906	49.9676	53.9933	58.4026	63.2335	68.5281	74.3326	80.6977	87.6793	95.3388	103.744
29	33.4504	35.9987	38.7922	41.8563	45.2189	48.9108	52.9663	57.4230	62.3227	67.7114	73.6398	80.1642	87.3465	95.2553	103.966	113.562
30	34.785	37.539	40.568	43.903	47.575	51.623	56.085	61.007	66.439	72.435	79.058	86.375	94.461	103.399	113.283	124.215
35	41.660	45.592	49.994	54.928	60.462	66.674	73.652	81.497	90.320	100.251	111.435	124.035	138.237	154.252	172.317	192.702
40	48.886	54.268	60.402	67.403	75.401	84.550	95.026	107.030	120.800	136.606	154.762	175.632	199.635	227.257	259.057	295.683
45	56.481	63.614	71.893	81.516	92.720	105.782	121.029	138.850	159.700	184.119	212.744	246.325	285.749	332.065	386.506	450.530
50	64.463	73.683	84.579	97.484	112.797	130.998	152.667	178.503	209.348	246.217	290.336	343.180	406.529	482.530	573.770	683.368

BẢNG 3: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $\frac{(1 + i)^n - 1}{i}$

n \ i	9,0%	9,5%	10,0%	10,5%	11,0%	11,5%	12,0%	12,5%	13,0%	14,0%	15,0%	16,0%	17,0%	18,0%	19,0%	20,0%
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	2,090	2,095	2,100	2,105	2,110	2,115	2,120	2,125	2,130	2,140	2,150	2,160	2,170	2,180	2,190	2,200
3	3,2781	3,2940	3,3100	3,3260	3,3421	3,3582	3,3744	3,3906	3,4069	3,4396	3,4725	3,5056	3,5389	3,5724	3,6061	3,6400
4	4,5731	4,6070	4,6410	4,6753	4,7097	4,7444	4,7793	4,8145	4,8498	4,9211	4,9934	5,0665	5,1405	5,2154	5,2913	5,3680
5	5,9847	6,0446	6,1051	6,1662	6,2278	6,2900	6,3528	6,4163	6,4803	6,6101	6,7424	6,8771	7,0144	7,1542	7,2966	7,4416
6	7,5233	7,6189	7,7156	7,8136	7,9129	8,0134	8,1152	8,2183	8,3227	8,5355	8,7537	8,9775	9,2068	9,4420	9,6830	9,9299
7	9,2004	9,3426	9,4872	9,6340	9,7833	9,9349	10,0890	10,2456	10,4047	10,7305	11,0668	11,4139	11,7720	12,1415	12,5227	12,9159
8	11,0285	11,2302	11,4359	11,6456	11,8594	12,0774	12,2997	12,5263	12,7573	13,2328	13,7268	14,2401	14,7733	15,3270	15,9020	16,4991
9	13,0210	13,2971	13,5795	13,8684	14,1640	14,4663	14,7757	15,0921	15,4157	16,0853	16,7858	17,5185	18,2847	19,0859	19,9234	20,7989
10	15,1929	15,5603	15,9374	16,3246	16,7220	17,1300	17,5487	17,9786	18,4197	19,3373	20,3037	21,3215	22,3931	23,5213	24,7089	25,9587
11	17,5603	18,0385	18,5312	19,0387	19,5614	20,0999	20,6546	21,2259	21,8143	23,0445	24,3493	25,7329	27,1999	28,7551	30,4035	32,1504
12	20,1407	20,7522	21,3843	22,0377	22,7132	23,4114	24,1331	24,8791	25,6502	27,2707	29,0017	30,8502	32,8239	34,9311	37,1802	39,5805
13	22,9534	23,7236	24,5227	25,3517	26,2116	27,1037	28,0291	28,9890	29,9847	32,0887	34,3519	36,7862	39,4040	42,2187	45,2445	48,4966
14	26,0192	26,9774	27,9750	29,0136	30,0949	31,2207	32,3926	33,6126	34,8827	37,5811	40,5047	43,6720	47,1027	50,8180	54,8409	59,1959
15	29,3609	30,5402	31,7725	33,0600	34,4054	35,8110	37,2797	38,8142	40,4175	43,8424	47,5804	51,6595	56,1101	60,9653	66,2607	72,0351
16	33,0034	34,4416	35,9497	37,5313	39,1899	40,9293	42,7533	44,6660	46,6717	50,9804	55,7175	60,9250	66,6488	72,9390	79,8502	87,4421
17	36,9737	38,7135	40,5447	42,4721	44,5008	46,6362	48,8837	51,2493	53,7391	59,1176	65,0751	71,6730	78,9792	87,0680	96,0218	105,931
18	41,3013	43,3913	45,5992	47,9317	50,3959	52,9993	55,7497	58,6554	61,7251	68,3941	75,8364	84,1407	93,4056	103,740	115,266	128,117
19	46,0185	48,5135	51,1591	53,9645	56,9395	60,0942	63,4397	66,9873	70,7494	78,9692	88,2118	98,6032	110,285	123,414	138,166	154,740
20	51,1601	54,1222	57,2750	60,6308	64,2028	68,0051	72,0524	76,3608	80,9488	91,0249	102,444	115,380	130,033	146,628	165,418	186,688
25	84,7009	91,2459	98,3471	106,052	114,413	123,487	133,334	144,021	155,620	181,871	212,793	249,214	292,105	342,603	402,042	471,981
26	93,3240	100,914	109,182	118,188	127,999	138,688	150,334	163,023	176,850	208,333	245,712	290,088	342,763	405,272	479,431	567,377
27	102,723	111,501	121,100	131,597	143,079	155,637	169,374	184,401	200,841	238,499	283,569	337,502	402,032	479,221	571,522	681,853
28	112,968	123,094	134,210	146,415	159,817	174,535	190,699	208,452	227,950	272,889	327,104	392,503	471,378	566,481	681,112	819,223
29	124,135	135,788	148,631	162,789	178,397	195,607	214,583	235,508	258,583	312,094	377,170	456,303	552,512	669,447	811,523	984,068
30	136,308	149,688	164,494	180,881	199,021	219,101	241,333	265,946	293,199	356,787	434,745	530,312	647,439	790,948	966,712	1181,88
35	215,711	241,688	271,024	304,159	341,590	383,879	431,663	485,660	546,681	693,573	881,170	1120,71	1426,49	1816,65	2314,21	2948,34
40	337,882	386,520	442,593	507,252	581,826	667,850	767,091	881,592	1013,70	1342,03	1779,09	2360,76	3134,52	4163,21	5529,83	7343,86
45	525,859	614,519	718,905	841,836	986,639	1157,23	1358,23	1595,07	1874,16	2590,56	3585,13	4965,27	6879,29	9531,58	13203,4	18281,3
50	815,084	973,445	1163,91	1393,05	1668,77	2000,61	2400,02	2880,79	3459,51	4994,52	7217,72	10435,6	15089,5	21813,1	31515,3	45497,2

BẢNG 4: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$

i n	1%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	3.5%	4.0%	4.5%	5.0%	5.5%	6.0%	6.5%	7.0%	7.5%	8.0%	8.5%
1	99010	98522	98039	97561	97087	96618	96154	95694	95238	94787	94340	93897	93458	93023	92593	92166
2	1 97040	1 95588	1 94156	1 92742	1 91347	1 89969	1 88609	1 87267	1 85941	1 84632	1 83339	1 82063	1 80802	1 79557	1 78326	1 77111
3	2 94099	2 91220	2 88388	2 85602	2 82861	2 80164	2 77509	2 74896	2 72325	2 69793	2 67301	2 64848	2 62432	2 60053	2 57710	2 55402
4	3 90197	3 85438	3 80773	3 76197	3 71710	3 67308	3 62990	3 58753	3 54595	3 50515	3 46511	3 42580	3 38721	3 34933	3 31213	3 27560
5	4 85343	4 78264	4 71346	4 64583	4 57971	4 51505	4 45182	4 38998	4 32948	4 27028	4 21236	4 15568	4 10020	4 04588	3 99271	3 94064
6	5 79548	5 69719	5 60143	5 50813	5 41719	5 32855	5 24214	5 15787	5 07569	4 99553	4 91732	4 84101	4 76654	4 69385	4 62288	4 55359
7	6 72819	6 59821	6 47199	6 34939	6 23028	6 11454	6 00205	5 89270	5 78637	5 68297	5 58238	5 48452	5 38929	5 29660	5 20637	5 11851
8	7 65168	7 48593	7 32548	7 17014	7 01969	6 87396	6 73274	6 59589	6 46321	6 33457	6 20979	6 08875	5 97130	5 85730	5 74664	5 63918
9	8 56602	8 36052	8 16224	7 97087	7 78611	7 60769	7 43533	7 26879	7 10782	6 95220	6 80169	6 65610	6 51523	6 37889	6 24689	6 11906
10	9 47130	9 22218	8 98259	8 75206	8 53020	8 31661	8 11090	7 91272	7 72173	7 53763	7 36009	7 18883	7 02358	6 86408	6 71008	6 56135
11	10 3676	10 0711	9 78685	9 51421	9 25262	9 00155	8 76048	8 52892	8 30641	8 09254	7 88687	7 68904	7 49867	7 31542	7 13896	6 96898
12	11 2551	10 9075	10 5753	10 2578	9 95400	9 66333	9 38507	9 11858	8 86325	8 61852	8 38384	8 15873	7 94269	7 73528	7 53608	7 34469
13	12 1337	11 7315	11 3484	10 9832	10 6350	10 3027	9 98565	9 68285	9 39357	9 11708	8 85268	8 59974	8 35765	8 12584	7 90378	7 69095
14	13 0037	12 5434	12 1062	11 6909	11 2961	10 9205	10 5631	10 2228	9 89864	9 58965	9 29498	9 01384	8 74547	8 48915	8 24424	8 01010
15	13 8651	13 3432	12 8493	12 3814	11 9379	11 5174	11 1184	10 7395	10 3797	10 0376	9 71225	9 40267	9 10791	8 82712	8 55948	8 30424
16	14 7179	14 1313	13 5777	13 0550	12 5611	12 0941	11 6523	11 2340	10 8378	10 4622	10 1059	9 7678	9 44665	9 14151	8 85137	8 57533
17	15 5623	14 9076	14 2919	13 7122	13 1661	12 6513	12 1657	11 7072	11 2741	10 8646	10 4773	10 1106	9 7632	9 4340	9 12164	8 82519
18	16 3983	15 6726	14 9920	14 3534	13 7535	13 1897	12 6593	12 1600	11 6896	11 2461	10 8276	10 4325	10 0591	9 7060	9 3719	9 0555
19	17 2260	16 4262	15 6785	14 9789	14 3238	13 7098	13 1339	12 5933	12 0853	11 6077	11 1581	10 7347	10 3356	9 9591	9 6036	9 2677
20	18 0456	17 1686	16 3514	15 5892	14 8775	14 2124	13 5903	13 0079	12 4622	11 9504	11 4699	11 0185	10 5940	10 1945	9 8181	9 4633
21	18 8570	17 9001	17 0112	16 1845	15 4150	14 6980	14 0292	13 4047	12 8212	12 2752	11 7641	11 2850	10 8355	10 4135	10 0168	9 6436
22	19 6604	18 6208	17 6580	16 7654	15 9369	15 1671	14 4511	13 7844	13 1630	12 5832	12 0416	11 5352	11 0612	10 6172	10 2007	9 8098
23	20 4558	19 3309	18 2922	17 3321	16 4436	15 6204	14 8568	14 1478	13 4886	12 8750	12 3034	11 7701	11 2722	10 8067	10 3711	9 9629
24	21 2434	20 0304	18 9139	17 8850	16 9355	16 0584	15 2470	14 4955	13 7986	13 1517	12 5504	11 9907	11 4693	10 9830	10 5288	10 1041
25	22 0232	20 7196	19 5235	18 4244	17 4131	16 4815	15 6221	14 8282	14 0939	13 4139	12 7834	12 1979	11 6536	11 1469	10 6748	10 2342
30	25 8077	24 0158	22 3965	20 9303	19 6004	18 3920	17 2920	16 2889	15 3725	14 5337	13 7648	13 0587	12 4090	11 8104	11 2578	10 7468
35	29 4086	27 0756	24 9986	23 1452	21 4872	20 0007	18 6646	17 4610	16 3742	15 3906	14 4982	13 6870	12 9477	12 2725	11 6546	11 0878
40	32 8347	29 9158	27 3555	25 1028	23 1148	21 3551	19 7928	18 4016	17 1591	16 0461	15 0463	14 1455	13 3317	12 5944	11 9246	11 3145
45	36 0945	32 5523	29 4902	26 8330	24 5187	22 4955	20 7200	19 1563	17 7741	16 5477	15 4558	14 4002	13 6055	12 9100	12 3004	11 6653
50	39 1961	34 9997	31 4236	28 3623	25 7298	23 4556	21 4822	19 7620	18 2559	16 9315	15 7619	14 7245	13 8007	12 9748	12 2335	11 5656

BẢNG 4: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$

$\begin{matrix} i \\ n \end{matrix}$	9 0%	9 5%	10 0%	10 5%	11 0%	11 5%	12 0%	12 5%	13 0%	14 0%	15 0%	16 0%	17 0%	18 0%	19 0%	20 0%
1	91743	91324	90909	90498	90090	89686	89286	88889	88496	87719	86957	86207	85470	84746	84034	83333
2	1.75911	1.74725	1.73554	1.72396	1.71252	1.70122	1.69005	1.67901	1.66810	1.64666	1.62571	1.60523	1.58521	1.56564	1.54650	1.52778
3	2.53129	2.50891	2.48685	2.46512	2.44371	2.42262	2.40183	2.38134	2.36115	2.32163	2.28323	2.24589	2.20958	2.17427	2.13992	2.10648
4	3.23972	3.20448	3.16987	3.13586	3.10245	3.06961	3.03735	3.00564	2.97447	2.91371	2.85498	2.79818	2.74324	2.69006	2.63859	2.58873
5	3.88965	3.83971	3.79079	3.74286	3.69590	3.64988	3.60478	3.56057	3.51723	3.43308	3.35216	3.27429	3.19935	3.12717	3.05763	2.99061
6	4.48592	4.41983	4.35526	4.29218	4.23054	4.17029	4.11141	4.05384	3.99755	3.88867	3.78448	3.68474	3.58918	3.49760	3.40978	3.32551
7	5.03295	4.94961	4.86842	4.78930	4.71220	4.63704	4.56376	4.49230	4.42261	4.28830	4.16042	4.03857	3.92238	3.81153	3.70570	3.60459
8	5.53482	5.43344	5.33493	5.23919	5.14612	5.05564	4.96764	4.88205	4.79877	4.63886	4.48732	4.34359	4.20716	4.07757	3.95437	3.83716
9	5.99525	5.87528	5.75902	5.64632	5.53705	5.43106	5.32825	5.22848	5.13166	4.94637	4.77158	4.60654	4.45057	4.30302	4.16333	4.03097
10	6.41766	6.27880	6.14457	6.01477	5.88923	5.76777	5.65022	5.53643	5.42624	5.21612	5.01877	4.83323	4.65860	4.49409	4.33893	4.19247
11	6.80519	6.64730	6.49508	6.34821	6.20652	6.06975	5.93770	5.81016	5.68694	5.45273	5.23371	5.02864	4.83641	4.65601	4.48650	4.32706
12	7.16073	6.98384	6.81369	6.64996	6.49236	6.34058	6.19437	6.05348	5.91765	5.66029	5.42062	5.19711	4.98839	4.79322	4.61050	4.43922
13	7.48690	7.29118	7.10336	6.92304	6.74987	6.58348	6.42355	6.26976	6.12181	5.84236	5.58315	5.34233	5.11828	4.90951	4.71471	4.53268
14	7.78615	7.57185	7.36669	7.17018	6.98187	6.80133	6.62817	6.46201	6.30249	6.00207	5.72448	5.46753	5.22930	5.00806	4.80228	4.61057
15	8.06069	7.82818	7.60608	7.39382	7.19087	6.99671	6.81086	6.63289	6.46238	6.14217	5.84737	5.57546	5.32419	5.09158	4.87586	4.67547
16	8.31256	8.06226	7.82371	7.59622	7.37916	7.17194	6.97399	6.78479	6.60388	6.26506	5.95423	5.66850	5.40529	5.16235	4.93770	4.72956
17	8.54363	8.27604	8.02155	7.77939	7.54879	7.32909	7.11963	6.91982	6.72909	6.37286	6.04716	5.74870	5.47461	5.22233	4.98966	4.77463
18	8.75563	8.47127	8.20141	7.94515	7.70162	7.47004	7.24967	7.03984	6.83991	6.46742	6.12797	5.81785	5.53385	5.27316	5.03333	4.81219
19	8.95011	8.64956	8.36492	8.09515	7.83929	7.59644	7.36578	7.14652	6.93797	6.55037	6.19823	5.87746	5.58449	5.31624	5.07003	4.84350
20	9.12855	8.81238	8.51356	8.23091	7.96333	7.70982	7.46944	7.24135	7.02475	6.62313	6.25933	5.92884	5.62777	5.35275	5.10086	4.86958
21	9.29224	8.96108	8.64369	8.35376	8.07507	7.81149	7.56200	7.32565	7.10155	6.68696	6.31246	5.97314	5.66476	5.38368	5.12677	4.89132
22	9.44243	9.09688	8.77154	8.46494	8.17574	7.90269	7.64465	7.40058	7.16951	6.74294	6.35866	6.01133	5.69637	5.40990	5.14855	4.90943
23	9.58021	9.22089	8.88322	8.56556	8.26643	7.98447	7.71843	7.46718	7.22966	6.79206	6.39884	6.04425	5.72340	5.43212	5.16685	4.92453
24	9.70661	9.33415	8.98474	8.65662	8.34814	8.05782	7.78432	7.52638	7.28288	6.83514	6.43377	6.07263	5.74649	5.45095	5.18223	4.93710
25	9.82258	9.43758	9.07704	8.73902	8.42174	8.12361	7.84314	7.57901	7.32998	6.87293	6.46415	6.09709	5.76623	5.46691	5.19515	4.94759
30	10.2737	9.8347	9.42691	9.04744	8.69379	8.36371	8.05518	7.76638	7.49565	7.00266	6.56598	6.17720	5.82939	5.51681	5.23466	4.97894
35	10.5668	10.0870	9.64416	9.23465	8.85524	8.50304	8.17550	7.87036	7.58557	7.07005	6.61661	6.21534	5.85820	5.53862	5.25122	4.99154
40	10.7574	10.2472	9.77905	9.34829	8.95105	8.58389	8.24378	7.92806	7.63438	7.10504	6.64178	6.23350	5.87133	5.54815	5.25815	4.99660
45	10.8812	10.3490	9.86281	9.41727	9.00791	8.63080	8.28252	7.96008	7.66086	7.12322	6.65429	6.24214	5.87733	5.55232	5.26106	4.99863
50	10.9617	10.4137	9.91481	9.45914	9.04165	8.65802	8.30450	7.97785	7.67524	7.13266	6.66051	6.24626	5.88006	5.55414	5.26228	4.99945

BẢNG 5:

i n	1%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	3.5%
1	1.01	1.015	1.02	1.025	1.03	1.035
2	50751	51128	51505	51883	52261	52640
3	34002	34338	34675	35014	35353	35693
4	25628	25944	26262	26582	26903	27225
5	20604	20909	21216	21525	21835	22148
6	17255	17553	17853	18155	18460	18767
7	14863	15156	15451	15750	16051	16354
8	13069	13358	13651	13947	14246	14548
9	11674	11961	12252	12546	12843	13145
10	10558	10843	11133	11426	11723	12024
11	09645	09929	10218	10511	10808	11109
12	08885	09168	09456	09749	10046	10348
13	08241	08524	08812	09105	09403	09706
14	07690	07972	08260	08554	08853	09157
15	07212	07494	07783	08077	08377	08683
16	06794	07077	07365	07660	07961	08268
17	06426	06708	06997	07293	07595	07904
18	06098	06381	06670	06967	07271	07582
19	05805	06088	06378	06676	06981	07294
20	05542	05825	06116	06415	06722	07036
21	05303	05587	05878	06179	06487	06804
22	05086	05370	05663	05965	06275	06593
23	04889	05173	05467	05770	06081	06402
24	04707	04992	05287	05591	05905	06227
25	04541	04826	05122	05428	05743	06067
30	03875	04164	04465	04778	05102	05437
35	03400	03693	04000	04321	04654	05000
40	03046	03343	03656	03984	04326	04683
45	02771	03072	03391	03727	04079	04449
50	02551	02857	03182	03526	03887	04263

BẢNG TÍNH THỪA SỐ $\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$

	4.0%	4.5%	5.0%	5.5%	6.0%	6.5%	7.0%	7.5%	8.0%	8.5%
1 04	1 045	1 05	1 055	1 06	1 065	1 07	1 075	1 08	1 085	
53020	53400	53780	54162	54544	54926	55309	55693	56077	56462	
36035	36377	36721	37065	37411	37758	38105	38454	38803	39154	
27549	27874	28201	28529	28859	29190	29523	29857	30192	30529	
22463	22779	23097	23418	23740	24063	24389	24716	25046	25377	
19076	19388	19702	20018	20336	20657	20980	21304	21632	21961	
16661	16970	17282	17596	17914	18233	18555	18880	19207	19537	
14853	15161	15472	15786	16104	16424	16747	17073	17401	17733	
13449	13757	14069	14384	14702	15024	15349	15677	16008	16342	
12329	12638	12950	13267	13587	13910	14238	14569	14903	15241	
11415	11725	12039	12357	12679	13006	13336	13670	14008	14349	
10655	10967	11283	11603	11928	12257	12590	12928	13270	13615	
10014	10328	10646	10968	11296	11628	11965	12306	12652	13002	
09467	09782	10102	10428	10758	11094	11434	11780	12130	12484	
08994	09311	09634	09963	10296	10635	10979	11329	11683	12042	
08582	08902	09227	09558	09895	10238	10586	10939	11298	11661	
08220	08542	08870	09204	09544	09891	10243	10600	10963	11331	
07899	08224	08555	08892	09236	09585	09941	10303	10670	11043	
07614	07941	08275	08615	08962	09316	09675	10041	10413	10790	
07358	07688	08024	08368	08718	09076	09439	09809	10185	10567	
07128	07460	07800	08146	08500	08861	09229	09603	09983	10370	
06920	07255	07597	07947	08305	08669	09041	09419	09803	10194	
06731	07068	07414	07767	08128	08496	08871	09254	09642	10037	
06559	06899	07247	07604	07968	08340	08719	09105	09498	09897	
06401	06744	07095	07455	07823	08198	08581	08971	09368	09771	
05783	06139	06505	06881	07265	07658	08059	08467	08883	09305	
05358	05727	06107	06497	06897	07306	07723	08148	08580	09019	
05052	05434	05828	06232	06646	07069	07501	07940	08386	08838	
04620	05020	05420	05843	06270	06700	07130	07561	08009	08472	
04655	05060	05478	05906	06344	06791	07246	07707	08174	08646	

BẢNG 5: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$

n \ i	9,0%	9,5%	10,0%	10,5%	11,0%	11,5%	12,0%	12,5%	13,0%	14,0%	15,0%	16,0%	17,0%	18,0%	19,0%	20,0%
1	1,095	1,095	1,1	1,105	1,11	1,115	1,12	1,125	1,13	1,14	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19	1,2
2	,56847	,57233	,57619	,58006	,58393	,58781	,59170	,59559	,59948	,60729	,61512	,62296	,63083	,63872	,64662	,65455
3	,39505	,39858	,40211	,40566	,40921	,41278	,41635	,41993	,42352	,43073	,43798	,44526	,45257	,45992	,46731	,47473
4	,30867	,31206	,31547	,31889	,32233	,32577	,32923	,33271	,33619	,34320	,35027	,35738	,36453	,37174	,37899	,38629
5	,25709	,26044	,26380	,26718	,27057	,27398	,27741	,28085	,28431	,29128	,29832	,30541	,31256	,31978	,32705	,33438
6	,22292	,22625	,22961	,23298	,23638	,23979	,24323	,24668	,25015	,25716	,26424	,27139	,27861	,28591	,29327	,30071
7	,19869	,20204	,20541	,20880	,21222	,21566	,21912	,22260	,22611	,23319	,24036	,24761	,25495	,26236	,26985	,27742
8	,18067	,18405	,18744	,19087	,19432	,19780	,20130	,20483	,20839	,21557	,22285	,23022	,23769	,24524	,25289	,26061
9	,16680	,17020	,17364	,17711	,18060	,18413	,18768	,19126	,19487	,20217	,20957	,21708	,22469	,23239	,24019	,24808
10	,15582	,15927	,16275	,16626	,16980	,17338	,17698	,18062	,18429	,19171	,19925	,20690	,21466	,22251	,23047	,23852
11	,14695	,15044	,15396	,15752	,16112	,16475	,16842	,17211	,17584	,18339	,19107	,19886	,20676	,21478	,22289	,23110
12	,13965	,14319	,14676	,15038	,15403	,15771	,16144	,16519	,16899	,17667	,18448	,19241	,20047	,20863	,21690	,22526
13	,13357	,13715	,14078	,14445	,14815	,15190	,15568	,15950	,16335	,17116	,17911	,18718	,19538	,20369	,21210	,22062
14	,12843	,13207	,13575	,13947	,14323	,14703	,15087	,15475	,15867	,16661	,17469	,18290	,19123	,19968	,20823	,21689
15	,12406	,12774	,13147	,13525	,13907	,14292	,14682	,15076	,15474	,16281	,17102	,17936	,18782	,19640	,20509	,21388
16	,12030	,12403	,12782	,13164	,13552	,13943	,14339	,14739	,15143	,15962	,16795	,17641	,18500	,19371	,20252	,21144
17	,11705	,12083	,12466	,12854	,13247	,13644	,14046	,14451	,14861	,15692	,16537	,17395	,18266	,19149	,20041	,20944
18	,11421	,11805	,12193	,12586	,12984	,13387	,13794	,14205	,14620	,15462	,16319	,17188	,18071	,18964	,19868	,20781
19	,11173	,11561	,11955	,12353	,12756	,13164	,13576	,13993	,14413	,15266	,16134	,17014	,17907	,18810	,19724	,20646
20	,10955	,11348	,11746	,12149	,12558	,12970	,13388	,13810	,14235	,15099	,15976	,16867	,17769	,18682	,19605	,20536
21	,10181	,10596	,11017	,11443	,11874	,12310	,12750	,13194	,13643	,14550	,15470	,16401	,17342	,18292	,19249	,20212
22	,10072	,10491	,10916	,11346	,11781	,12221	,12665	,13113	,13565	,14480	,15407	,16345	,17292	,18247	,19209	,20176
23	,09973	,10397	,10826	,11260	,11699	,12143	,12590	,13042	,13498	,14419	,15353	,16296	,17249	,18209	,19175	,20147
24	,09885	,10312	,10745	,11183	,11626	,12073	,12524	,12980	,13439	,14366	,15306	,16255	,17212	,18177	,19147	,20122
25	,09806	,10236	,10673	,11114	,11561	,12011	,12466	,12925	,13387	,14320	,15265	,16219	,17181	,18149	,19123	,20102
30	,09734	,10168	,10608	,11053	,11502	,11956	,12414	,12876	,13341	,14280	,15230	,16189	,17154	,18126	,19103	,20085
35	,09464	,09914	,10369	,10829	,11293	,11760	,12232	,12706	,13183	,14144	,15113	,16089	,17070	,18055	,19043	,20034
40	,09296	,09759	,10226	,10697	,11172	,11650	,12130	,12613	,13099	,14075	,15056	,16042	,17032	,18024	,19018	,20014
45	,09190	,09663	,10139	,10619	,11101	,11586	,12074	,12563	,13053	,14039	,15028	,16020	,17015	,18010	,19008	,20005
50	,09123	,09603	,10086	,10572	,11060	,11550	,12042	,12535	,13029	,14020	,15014	,16010	,17007	,18005	,19003	,20002

BẢNG 6: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $\frac{i}{(1 + i)^n - 1}$

$\frac{i}{n}$	1%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	3.5%	4.0%	4.5%	5.0%	5.5%	6.0%	6.5%	7.0%	7.5%	8.0%	8.5%
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	497512	496278	495050	493827	492611	491400	490196	488998	487805	486618	485437	484262	483092	481928	480769	479616
3	330022	328383	326755	325137	323530	321934	320349	318773	317209	315654	314110	312576	311052	309538	308034	306539
4	246281	244445	242624	240818	239027	237251	235490	233744	232012	230294	228591	226903	225228	223568	221921	220288
5	196040	194089	192158	190247	188355	186481	184627	182792	180975	179176	177396	175635	173891	172165	170456	168766
6	162548	160525	158526	156550	154598	152668	150762	148878	147017	145179	143363	141568	139796	138045	136315	134607
7	138628	136556	134512	132495	130506	128544	126610	124701	122820	120964	119135	117331	115553	113800	112072	110369
8	120690	118584	116510	114467	112456	110477	108528	106610	104722	102864	101036	099237	097468	095727	094015	092331
9	106740	104610	102515	100457	098434	096446	094493	092574	090690	088839	087022	085238	083486	081767	080080	078424
10	095582	093434	091327	089259	087231	085241	083291	081379	079505	077668	075868	074105	072378	070686	069029	067408
11	086454	084294	082178	080106	078077	076092	074149	072248	070389	068571	066793	065055	063357	061697	060076	058493
12	078849	076680	074560	072487	070462	068484	066552	064666	062825	061029	059277	057568	055902	054278	052695	051153
13	072415	070240	068118	066048	064030	062062	060144	058275	056456	054684	052960	051283	049651	048064	046522	045023
14	066901	064723	062602	060537	058526	056571	054669	052820	051024	049279	047585	045940	044345	042797	041297	039842
15	062124	059944	057825	055766	053767	051825	049941	048114	046342	044626	042963	041353	039795	038287	036830	035420
16	057945	055765	053650	051599	049611	047685	045820	044015	042270	040583	038952	037378	035858	034391	032977	031614
17	054258	052080	049970	047928	045953	044043	042199	040418	038699	037042	035445	033906	032425	031000	029629	028312
18	050982	048806	046702	044670	042709	040817	038993	037237	035546	033920	032357	030855	029413	028029	026702	025430
19	048052	045878	043782	041761	039814	037940	036139	034407	032745	031150	029621	028156	026753	025411	024128	022901
20	045415	043246	041157	039147	037216	035361	033582	031876	030243	028679	027185	025756	024393	023092	021852	020671
21	043031	040865	038785	036787	034872	033037	031280	029601	027996	026465	025005	023613	022289	021029	019832	018695
22	040864	038703	036631	034647	032747	030932	029199	027546	025971	024471	023046	021691	020406	019187	018032	016939
23	038886	036731	034668	032696	030814	029019	027309	025682	024137	022670	021278	019961	018714	017535	016422	015372
24	037073	034924	032871	030913	029047	027273	025587	023987	022471	021036	019679	018398	017189	016050	014978	013970
25	035407	033263	031220	029276	027428	025674	024012	022439	020952	019549	018227	016981	015811	014711	013679	012712
30	028748	026639	024650	022778	021019	019371	017830	016392	015051	013805	012649	011577	010586	009671	008827	008051
35	024004	021934	020002	018206	016539	014998	013577	012270	011072	009975	008974	008062	007234	006483	005803	005189
40	020456	018427	016556	014836	013262	011827	010523	009343	008278	007320	006462	005694	005009	004400	003860	003382
45	017705	015720	013910	012268	010785	009453	008262	007202	006262	005431	004700	004060	003500	003011	002587	002220
50	015513	013572	011823	010258	008865	007534	006550	005602	004777	004061	003444	002914	002460	002072	001743	001463

BẢNG 6: BẢNG TÍNH THỪA SỐ $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$

$\begin{matrix} i \\ n \end{matrix}$	9.0%	9.5%	10.0%	10.5%	11.0%	11.5%	12.0%	12.5%	13.0%	14.0%	15.0%	16.0%	17.0%	18.0%	19.0%	20.0%
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	478469	477327	476190	475059	473934	472813	471698	470588	469484	467290	465116	462963	460829	458716	456621	454545
3	305055	303580	302115	300659	299213	297776	296349	294931	293522	290731	287977	285258	282574	279924	277308	274725
4	218669	217063	215471	213892	212326	210774	209234	207708	206194	203205	200265	197375	194533	191739	188991	186289
5	167092	165436	163797	162175	160570	158982	157410	155854	154315	151284	148316	145409	142564	139778	137050	134380
6	132920	131253	129607	127982	126377	124791	123226	121680	120153	117157	114237	111390	108615	105910	103274	100706
7	108691	107036	105405	103799	102215	100655	99118	97603	96111	93192	90360	87613	84947	82362	79855	77424
8	90674	889046	87444	85869	84321	82799	81303	79832	78387	75570	72850	70224	67690	65244	62885	60609
9	76799	75205	73641	72106	70602	69126	67679	66260	64869	62168	59574	57082	54691	52395	50192	48079
10	665820	64266	62745	61257	59801	58377	56984	55622	54290	51714	49252	46901	44657	42515	40471	38523
11	56947	55437	53963	52525	51121	49751	48415	47112	45841	43394	41069	38861	36765	34776	32891	31104
12	49651	48188	46753	45377	44027	42714	41437	40194	38986	36669	34481	32415	30466	28628	26896	25265
13	43567	42152	40779	39445	38151	36895	35677	34496	33350	31164	29110	27184	25378	23686	22102	20620
14	38433	37068	35746	34467	33228	32030	30871	29751	28667	26609	24688	22898	21230	19678	18235	16893
15	34059	32744	31474	30248	29065	27924	26824	25764	24742	22809	21017	19358	17822	16403	15092	13882
16	30300	29035	27817	26644	25517	24432	23390	22388	21426	19615	17948	16414	15004	13710	12523	11436
17	27046	25831	24664	23545	22471	21443	20457	19512	18608	16915	15367	13952	12662	11485	10414	9440
18	24212	23046	21930	20863	19843	18868	17937	17049	16201	14621	13186	11885	10706	9639	8676	7805
19	21730	20613	19547	18531	17563	16641	15763	14928	14134	12663	11336	10142	9067	8103	7238	6462
20	19546	18477	17460	16493	15576	14705	13879	13096	12354	10986	9761	8667	7690	6820	6045	5357
21	17617	16594	15624	14707	13838	13016	12240	11507	10814	9545	8417	7416	6530	5746	5054	4444
22	15905	14928	14005	13134	12313	11539	10811	10125	9479	8303	7266	6353	5550	4846	4229	3690
23	14382	13449	12572	11747	10971	10243	9560	8919	8319	7231	6278	5447	4721	4090	3542	3065
24	13023	12134	11300	10519	9787	9103	8463	7866	7308	6303	5430	4673	4019	3454	2967	2548
25	11806	10959	10168	9429	8740	8098	7500	6943	6426	5498	4699	4013	3423	2919	2487	2119
30	7336	6681	6079	5528	5025	4564	4144	3760	3411	2803	2300	1886	1545	1264	1034	846
35	4636	4138	3690	3288	2927	2605	2317	2059	1829	1442	1135	892	701	550	432	339
40	2960	2587	2259	1971	1719	1497	1304	1134	986	745	562	424	319	240	181	136
45	1902	1627	1391	1188	1014	864	736	627	534	386	279	201	145	105	76	55
50	1227	1027	859	718	599	500	417	347	289	200	139	96	66	46	32	22

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Toán tài chính, NXB Thống kê 2001, TS. Nguyễn Ngọc Định chủ biên.
2. Toán tài chính, NXB Thanh niên – 1996, PGS. Mai Siêu.
3. Toán tài chính, GS. Lê Văn Tứ, 1994.
4. Toán tài chính, NXB Thống Kê, 1998, TS. Lại Tiến Dĩnh.
5. Giải phương trình và hệ phương trình bằng máy tính bỏ túi, NXB Giáo Dục, 2000, Nguyễn Trường Chấn.
6. Tài chính doanh nghiệp, NXB Lao Động, 2008, TS. Bùi Hữu Phước chủ biên.
7. Quản trị tài chính doanh nghiệp, NXB Thống Kê, 1996, Nguyễn Hải Sản.
8. Phân tích tài chính, kho học liệu mở, Fulbright, trường ĐH Kinh Tế TP HCM.
9. Tài chính doanh nghiệp hiện đại, NXB Thống kê, TS. Trần Ngọc Thơ chủ biên.

MỤC LỤC

Lời tựa..... 5

Chương 1: LÃI ĐƠN..... 7

 I. TỔNG QUÁT 7

 1. Định nghĩa 7

 1.1. Lãi (Tiền lời-Lợi tức-lợi nhuận)..... 7

 1.2. Tỷ suất lợi tức (Lãi suất)..... 7

 1.3. Lãi đơn 8

 1.4. Giá trị đạt được (giá trị cuối cùng – giá trị tương lai 8

 2. Công thức cơ bản 8

 2.1. Lãi đơn và giá trị đạt được 8

 2.2. Lãi suất ngang giá (tương đương)..... 10

 II. TỶ SUẤT LỢI TỨC BÌNH QUÂN 10

 1. Khái niệm 10

 2. Ví dụ 10

 III. LÃI SUẤT THỰC..... 11

 1. Khái niệm 11

 2. Công thức 11

 BÀI TẬP 14

Chương 2: LÃI KÉP..... 18

 I. KHÁI NIỆM LÃI KÉP..... 18

 II. CÔNG THỨC CƠ BẢN 18

 III. LÃI SUẤT NGANG GIÁ (TƯƠNG ĐƯƠNG) 21

 IV. LÃI SUẤT BÌNH QUÂN TRONG LÃI KÉP..... 23

 V. SO SÁNH LÃI KÉP VỚI LÃI ĐƠN..... 24

 BÀI TẬP 27

Chương 3: CHUỖI TIỀN TỆ..... 30

 I. ĐỊNH NGHĨA - PHÂN LOẠI CHUỖI TIỀN TỆ 30

 1. Chuỗi tiền tệ 30

 2. Phân loại chuỗi tiền tệ..... 30

 3. Sơ đồ chuỗi tiền tệ..... 31

II. GIÁ TRỊ CUỐI CÙNG (GIÁ TRỊ TƯƠNG LAI) CỦA CHUỖI TIỀN TỆ	31
1. Giá trị cuối của chuỗi tiền tệ cuối kỳ	31
2. Giá trị cuối của chuỗi tiền tệ đầu kỳ	35
3. Giá trị cuối của chuỗi tiền tệ cố định cuối kỳ sau kỳ khoản cuối cùng m kỳ ($m \in \mathbb{N}$)	36
III. GIÁ TRỊ HIỆN TẠI (HIỆN GIÁ) CỦA CHUỖI TIỀN TỆ	37
1. Hiện giá (Present value) của chuỗi tiền tệ cuối kỳ	37
2. Hiện giá của chuỗi tiền tệ đầu kỳ	41
IV. CHUỖI TIỀN TỆ BIẾN ĐỔI ĐẶC BIỆT	42
1. Chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số cộng	42
2. Chuỗi tiền tệ biến đổi theo cấp số nhân	43
V. KỲ HẠN TRUNG BÌNH CỦA 1 CHUỖI TIỀN TỆ	45
BÀI TẬP	48
Chương 4: TÀI KHOẢN VĂNG LAI	52
I. CÁC ĐỊNH NGHĨA	52
II. TÀI KHOẢN VĂNG LAI CÓ LỢI TỨC TÍNH THEO LÃI SUẤT QUA LẠI VÀ BẤT BIẾN	53
1. Phương pháp trực tiếp	53
2. Phương pháp gián tiếp	54
3. Phương pháp Hambourg	56
III. TÀI KHOẢN VĂNG LAI TÍNH THEO LÃI SUẤT KHÔNG QUA LẠI VÀ CÓ THAY ĐỔI	57
BÀI TẬP	60
Chương 5: CHIẾT KHẤU THƯƠNG PHIẾU	61
I. ĐỊNH NGHĨA	61
1) Thương phiếu (Commercial paper)	61
2) Đặc điểm của thương phiếu	61
3) Chiết khấu thương phiếu	61
4) Phí chiết khấu–Lãi chiết khấu: (Discounting premium)	62
5) Lãi suất chiết khấu (discounting rate)	62
II. CHIẾT KHẤU THƯƠNG MẠI THEO LÃI ĐƠN	62
1. Chiết khấu thương mại và chiết khấu hợp lý	62

2. Ngang giá (tương đương) của thương phiếu (equivalence)	65
3. Lãi suất chiết khấu thực (hiệu dụng)	68
4. Thực tế chiết khấu thương phiếu.....	69
III. CHIẾT KHẤU THƯƠNG MẠI THEO LÃI KÉP	71
1. Hiện giá của thương phiếu (giá trị gốc)	71
2. Phí chiết khấu	72
3. So sánh 3 loại chiết khấu	72
4. Thương phiếu tương đương.....	72
BÀI TẬP	75
Chương 6: VAY THÔNG THƯỜNG	76
I. VAY VỐN.....	76
II. CÁC PHƯƠNG THỨC TRẢ NỢ (REDEMPTION).....	76
1. Trả vốn vay (nợ gốc) và lợi tức 1 lần khi đáo hạn.....	76
2. Trả lãi định kỳ, trả nợ gốc vào ngày đáo hạn.....	77
3. Trả dần định kỳ (<i>Amortization</i>).....	77
III. TRẢ NỢ DẦN.....	77
1) Bảng hoàn trả	78
2) Tính chất của phương thức trả nợ dần	80
IV. TRẢ NỢ DẦN THEO KỲ KHOẢN CỐ ĐỊNH.....	82
1. Kỳ khoản cố định	82
2. Bảng hoàn trả.....	83
3. Định lý	83
4. Hệ quả	84
V. TRẢ NỢ 1 LẦN.....	86
1. Trường hợp vốn và lãi trả một lần khi đáo hạn	86
2. Trường hợp định kỳ trả lãi, đáo hạn hoàn trả nợ gốc.....	87
BÀI TẬP	88
Chương 7: TRÁI PHIẾU	91
I. TỔNG QUÁT	91
1. Định nghĩa.....	91
2. Các phương thức hoàn trả.....	92
II. HOÀN TRẢ VỐN VAY BẰNG TRÁI PHIẾU THEO KỲ KHOẢN CỐ ĐỊNH.....	94

III. BẢNG HOÀN TRÁI	95
IV. THANH TOÁN TRÁI PHIẾU THEO GIÁ MUA LẠI CAO HƠN MỆNH GIÁ: ($R > C$).....	100
1. Kỳ khoản thanh toán được chia thành 3 yếu tố: Phần trả lãi (I_p) phần trả vốn gốc M_p theo mệnh giá C và phần trả khuyến khích $m_p(R - C)$	100
2. Kỳ khoản thanh toán a_p bao gồm lãi I_p và vốn hoàn trả M_p tính theo giá mua lại R	101
V. VAY VỐN CÓ XỔ SỐ THUỞNG.....	103
VI. LÃI SUẤT SINH LỢI (YIELD RATE).....	105
1. Tính tỷ suất sinh lợi trung bình ngay khi phát hành (i_0).....	105
2. Tỷ suất sinh lợi của trái phiếu sau 1 kỳ phát hành (i_1)	105
3. Tỷ suất sinh lợi của trái phiếu sau p kỳ phát hành (i_p)	106
VII. LÃI SUẤT CHI PHÍ CỦA NGƯỜI VAY (COST RATE).....	107
VIII. KỲ KHOẢN THỰC CHI	108
BÀI TẬP	110
Chương 8: ĐẦU TƯ DÀI HẠN TRONG DOANH NGHIỆP	113
I. HOẠT ĐỘNG ĐẦU TƯ.....	113
1- KHÁI NIỆM VỀ ĐẦU TƯ	113
2- PHÂN LOẠI ĐẦU TƯ	115
3- NGUỒN VỐN ĐẦU TƯ	116
4 – DỰ ÁN ĐẦU TƯ	116
II. PHƯƠNG PHÁP LỰA CHỌN DỰ ÁN ĐẦU TƯ	117
1. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN GIẢN	117
2. PHƯƠNG PHÁP HIỆN TẠI HÓA	120
BÀI TẬP	128
Chương 9: ĐỊNH GIÁ CHỨNG KHOÁN	131
I. CÁC KHÁI NIỆM VỀ CHỨNG KHOÁN.....	131
A- Các loại chứng khoán	131
1. Trái phiếu (bond).....	131
2. Cổ phiếu	131

B- Các loại giá trị	132
1. Mệnh giá (face value)	132
2. Thị giá (market value).....	132
3. Giá trị sổ sách (book value)	132
II. ĐỊNH GIÁ TRÁI PHIẾU	132
1. Định giá trái phiếu có kỳ hạn được hưởng lãi	132
2. Định giá trái phiếu có kỳ hạn không hưởng lãi	133
3. Định giá trái phiếu nửa năm trả lãi một lần	133
4. Phân tích sự biến động giá trái phiếu	134
III. ĐỊNH GIÁ CỔ PHIẾU.....	135
1. Định giá cổ phiếu ưu đãi	135
2. Định giá cổ phiếu thường.....	136
BÀI TẬP	143
Chương 10: CÁC CÔNG CỤ HỖ TRỢ TRONG TÍNH	
TOÁN TÀI CHÍNH	145
I. BẢNG TÍNH TÀI CHÍNH	145
II. MÁY TÍNH BỒ TÚI	147
1. Máy tính đơn giản	148
2. Máy tính đa chức năng.....	152
III. MÁY VI TÍNH	154
1. Khái quát về EXCEL.....	155
2. Khởi động EXCEL	157
3. Các hàm tài chính thông dụng trong EXCEL	158
BÀI TẬP	180
PHẦN BÀI GIẢI	182
Chương 1: LÃI ĐƠN.....	182
Chương 2: TÀI KHOẢN VẮNG LAI	187
Chương 3: CHUỖI TIỀN TỆ	190
Chương 4: TÀI KHOẢN VẮNG LAI	194
Chương 5: CHIẾT KHẤU THƯƠNG PHIẾU	196
Chương 6: VAY THÔNG THƯỜNG	197
Chương 7: TRÁI PHIẾU	202
Chương 8: ĐẦU TƯ DÀI HẠN	208
Chương 9: ĐỊNH GIÁ CHỨNG KHOÁN	212
PHỤ LỤC	214
TÀI LIỆU THAM KHẢO	226

TOÁN TÀI CHÍNH

Chịu trách nhiệm xuất bản: **TRẦN HỮU THỰC**
Biên soạn:

TS. BÙI HỮU PHƯỚC

Sửa bản in: **NGỌC ĐIỆP**

Bìa: **HỮU NGỌC**

NHÀ XUẤT BẢN THỐNG KÊ

